

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

WYDZIAŁ MECHATRONIKI

# Rozprawa doktorska

mgr inż. Paweł Nowak

Tomografia wiroprowadowa elementów cylindrycznych

Promotor:

dr hab. inż. Roman Szewczyk, prof. uczelni

Promotor pomocniczy:

dr inż. Anna Ostaszewska-Lizewska

WARSZAWA 2019



## **Podziękowania**

Dziękuję wszystkim, którzy przyczynili się do powstania tej pracy. W szczególności promotorowi, prof. dr hab. inż. Romanowi Szewczykowi oraz promotor pomocniczej dr inż. Annie Ostaszewskiej-Lizewskiej. Chciałbym również podziękować członkom zespołu, w szczególności dr inż. Michałowi Nowickiemu, mgr inż. Piotrowi Gaździe oraz mgr inż. Tomaszowi Charubinowi.

Dziękuję również mojej wspaniałej Mamie, rodzinie i przyjaciołom za wsparcie.

Szczególne podziękowania za wsparcie, cierpliwość i wyrozumiałość należą się mojej żonie Aleksandrze.

Pracę dedykuję swojej babci, Apolonii.



## Streszczenie

Niniejsza rozprawa przedstawia nowe rozwiązania w zakresie tomografii wiropądowej elementów cylindrycznych. Tomografia wiropądowa stanowi rozwinięcie powszechnie stosowanej w badaniach nieniszczących metody prądów wirowych. Czynnikiem negatywnie wpływającym na rozwój tomografii wiropądowej był brak metody umożliwiającej realizację tomograficznego przekształcenia odwrotnego w akceptowalnym dla użytkownika czasie oraz bazującej na otwartym oprogramowaniu dostępnym na licencji open-source.

W pracy przedstawiono przegląd stanu wiedzy w zakresie metod realizacji stanowisk pomiarowych w tomografii wiropądowej oraz metod realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Wyraźne były dwa podejścia do realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego, oparte o znaczne uproszczenia modelu. Pierwsze podejście bazowało na przygotowanych uprzednio mapach czułości układu pomiarowego. Ograniczało to zastosowanie metody w praktyce jedynie do wykrywania pozycji obiektu w przestrzeni pomiarowej. Drugie podejście bazowało na metodach iteracyjnych. Były one oparte na modelowaniu rozkładu pola magnetycznego oraz powiązanych z nim zjawisk, w tym indukcji prądów wirowych. Ze względu na znaczny koszt obliczeniowy modelowania trójwymiarowego, stosowane było uproszczenie zagadnienia do problemu dwuwymiarowego. Skutkowało to niepełnym odtworzeniem zjawisk fizycznych zachodzących w obiekcie.

W pracy przedstawiono zasadę działania oraz konstrukcję stanowiska pomiarowego tomografu wiropądowego. Składa się ono z pary współosiowych cewek – wymuszającej i pomiarowej. Prostopadle do osi cewek przemieszcza się badany obiekt, w każdej pozycji liniowej wykonując obrót dookoła własnej osi o ściśle określone wartości kątowe. W wyniku pomiaru obiektu uzyskiwane są macierze, zawierające informacje o wartości amplitudy i przesunięcia fazowego sygnału pomiarowego.

Kluczowym zagadnieniem w opracowaniu tomograficznego przekształcenia odwrotnego była realizacja tomograficznego przekształcenia prostego bazującego na metodzie elementów skończonych. Przedstawiono dobrane do tego celu oprogramowanie dostępne na licencji open-source oraz zaprezentowano i zaimplementowano metodykę tomograficznego przekształcenia prostego. Na jej podstawie określono optymalne parametry modelowania, uwzględniając zarówno poprawność osiąganych rezultatów jak i koszt obliczeniowy. Przedstawiona metoda tomograficznego przekształcenia prostego umożliwiła także przeprowadzenie analizy czułości układu tomografu wiropądowego.

Z wykorzystaniem przedstawionego tomograficznego przekształcenia prostego zaproponowano dwie metody algorytmów tomograficznego przekształcenia odwrotnego.

Pierwsza metoda bazowała na optymalizacji dyskretnej przekroju obiektu. Nie umożliwiła ona odtworzenia kształtu badanego obiektu, ponieważ była podatna na osiągnięcie minimów lokalnych oraz charakteryzowała się znacznym kosztem obliczeniowym.

Druga przedstawiona metoda tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazowała na optymalizacji ciągłej parametrów przekroju obiektu z nieciągłością modelową. Uzyskane wyniki potwierdziły poprawność zaproponowanej metody. Jako podsumowanie przeprowadzonych badań przedstawiono wytyczne do budowy systemów tomograficznych na potrzeby badań nieniszczących.

## **Abstract**

This thesis presents new solutions for eddy current tomography of cylindrical objects. Eddy current tomography is a development of commonly used methods for non-destructive testing, based on eddy currents. The factor negatively affecting the development of eddy current tomography was lack of methods for inverse tomography transformation in acceptable time and based on open software available on open-source license.

This thesis presents the analysis of the state of art in construction of measurement setups in eddy current tomography as well as methods for inverse tomography transformation. Two approaches were distinguished, both based on substantial simplification of the model. First approach is based on previously generated sensitivity maps of measurement setup. This limited the possibility of methods' application only for detection of objects' position in region of interest of measurement setup. Second approach is based on iterative methods, which were utilizing finite element methods for modelling of magnetic field distribution as well as related phenomena, such as induction of eddy currents. Due to significant computational cost of three-dimensional modelling, the simplification to two-dimensional problem was utilized. This resulted with incomplete reconstruction of physical phenomena in object.

This thesis presented the principle of operation and construction of eddy current tomography setup. It consists of pair of coaxial coils – exciting and measurement one. Tested object is moved perpendicularly to the coils' axis. In each linear position, tested object is rotated around its axis by a specific angular value. As a result of measurement, the matrixes containing measurement data are obtained. Measured values are the amplitude of signal on measurement coil, and phase shift between measurement and excitation signal in each linear and angular position.

The key issue for development of inverse tomography transformation was development of finite element method based inverse tomography transformation. This thesis presents the open-source software selected for this purpose, as well as methodology and implementation of forward tomography transformation. Based on the developed forward tomography transformation the optimal simulation parameters were identified, considering both correctness of modelling results, as well as computational cost. Presented method of forward tomography transformation was utilized for sensitivity analysis of eddy current tomography setup.

Based on developed forward tomography transformation, two methods for inverse tomography transformation were presented. First method was utilizing discrete optimization of tested object cross-section. Method was not suitable for reconstruction of the shape of tested

object due to its susceptibility to local minima. Additional drawback of the method was significant computational cost.

Second presented method for inverse tomography transformation based on continuous optimization of parameters of object with a reference defect. Obtained results confirmed the correctness of the proposed method. As summary of conducted research, a guidelines for development of eddy current tomography applications in non-destructive testing were presented.



## Wykaz najważniejszych oznaczeń

$f$	Częstotliwość (Hz)
$\gamma$	Przewodność elektryczna materiału (S/m)
$\mu$	Przenikalność magnetyczna materiału (H/m)
$\mu_r$	Względna przenikalność magnetyczna materiału (-)
$\delta$	Głębokość wnikania prądów wirowych (mm)
$\vec{B}$	Wektor indukcji pola magnetycznego (T)
$B_{re}$	Składowa rzeczywista wektora indukcji pola magnetycznego (T)
$B_{im}$	Składowa urojona wektora indukcji pola magnetycznego (T)
$\vec{g}$	Gęstość prądu elektrycznego (A/m <sup>2</sup> )
$\vec{E}$	Natężenie pola elektrycznego (V/m)
$\epsilon$	Przenikalność elektryczna materiału (F/m)
$\rho$	Gęstość ładunku elektrycznego (C/m <sup>3</sup> )
$V$	Skalarny potencjał elektryczny (V)
$\vec{T}$	Wektorowy potencjał elektryczny (A/m)
$\Psi, \Omega$	Skalarny potencjał magnetyczny (A)
$\Phi$	Zredukowany potencjał magnetyczny (A)
$\vec{A}$	Magnetyczny potencjał wektorowy (Vs/m)
$\vec{A}^*$	Zmodyfikowany magnetyczny potencjał wektorowy (Vs/m)
$\sigma$	Napężenia obwodowe w materiale (MPa)
$r$	Zewnętrzny promień próbki tulejowej (mm)
$p$	Ciśnienie wewnątrz próbki tulejowej (mm)
$g$	Grubość próbki tulejowej (mm)
$A$	Amplituda sygnału pomiarowego uzyskiwana podczas tomograficznego przekształcenia prostego (-)
$P$	Przesunięcie fazowe sygnału pomiarowego uzyskiwane podczas tomograficznego przekształcenia prostego (-)

## Spis treści:

Podziękowania	3
Streszczenie	5
Abstract	7
Wykaz najważniejszych oznaczeń	9
1. Wstęp	13
2. Cel i zakres pracy	15
3. Przegląd stanu wiedzy	16
3.1. Istota pomiarów tomograficznych	16
3.2. Tomografia wiroprowadowa	19
3.3. Modelowanie zjawisk elektromagnetycznych z wykorzystaniem MES (metody elementów skończonych)	31
4. Eksperymentalne stanowisko badawcze	38
4.1. Stanowisko pomiarowe	38
4.2. Przedmiot badań	43
4.3. Uzyskane wyniki pomiarów	45
4.3.1. Wyniki pomiarów próbki tulejowej	45
4.3.2. Wyniki pomiarów próbek z nieciągłościami wzorcowymi	47
5. Tomograficzne przekształcenie proste	51
5.1. Procedura modelowania	51
5.2. Wykorzystane oprogramowanie	53
5.2.1. Netgen	53
5.2.2. ElmerFEM	56
5.3. Walidacja oprogramowania	57
5.4. Generacja siatki	60
5.5. Optymalizacja tomograficznego przekształcenia prostego	67

5.6. Analiza czułości	73
5.7. Przykładowe rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego	75
5.7.1. Rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki tulejowej	75
5.7.2. Rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego dla próbek z nieciągłością wzorcową	78
6. Zaproponowane dyskretne tomograficzne przekształcenie odwrotne	82
6.1. Zastosowany algorytm optymalizacji dyskretnej w tomograficznym przekształceniu odwrotnym	84
6.2. Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego	88
6.3. Wnioski	91
7. Zaproponowane przekształcenie odwrotne z wykorzystaniem nieciągłości modelowej	93
7.1. Propozycja zastosowania nieciągłości modelowej	93
7.2. Zastosowana metoda optymalizacji	94
7.3. Wyznaczenie dwóch parametrów nieciągłości modelowej	96
7.4. Wyznaczenie czterech parametrów obiektu z nieciągłością modelową	100
7.4.1. Wyznaczenie początkowych parametrów obiektu na podstawie analizy wyników pomiarów	101
7.4.2. Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego	106
7.4.3. Analiza powtarzalności wyników uzyskanych za pomocą tomograficznego przekształcenia odwrotnego	109
7.5. Przykład zastosowania tomograficznego przekształcenia odwrotnego do wyznaczenia przenikalności magnetycznej próbki tulejowej	110
7.6. Wnioski	112

8. Wytyczne do budowy systemów tomograficznych na potrzeby badań nieniszczących	114
9. Podsumowanie	116
10. Kierunki dalszych prac	118
Bibliografia	119

## 1. Wstęp

Badania nieniszczące znajdują szerokie zastosowanie, zarówno w przemyśle, jak i w pracach badawczo-rozwojowych. Umożliwiają one określenie stanu badanego obiektu, bez wpływu na jego strukturę oraz zmian właściwości użytkowych. W zastosowaniach przemysłowych, badania nieniszczące służą do oceny jakości zarówno półproduktów jak i wyrobów końcowych, a także do diagnostyki funkcjonujących systemów. Zastosowanie badań nieniszczących umożliwia unikanie awarii i wypadków związanych ze zużyciem zmęczeniowym materiału, które występuje przy długotrwałej eksploatacji układów mechanicznych.

Wyróżnia się [1] następujące metody badań nieniszczących:

- metoda radiologiczna [2],
- metoda magnetyczno-proszkowa [3],
- metoda wiroprądowa [4],
- metoda ultradźwiękowa [5],
- metoda penetracyjna [6],
- badania wizualne [1].

W okresie ostatnich 20 lat zauważalny jest rozwój metod badań nieniszczących ukierunkowany na metody tomograficzne. Metody te bazują na zestawie pomiarów jednego obiektu przeprowadzanych w różnych kierunkach oraz zastosowaniu algorytmów tomograficznego przekształcenia odwrotnego. W ich wyniku możliwe jest uzyskanie pełniejszej informacji o badanym obiekcie oraz zredukowania wpływu interpretacji wyników pomiarów przez operatora. [7]. W aplikacjach przemysłowych najczęściej stosowana jest tomografia rentgenowska [8], będąca rozwinięciem metody radiologicznej.

Tomografia rentgenowska znajduje szerokie zastosowanie i stała się ogólnie przyjętym standardem, zarówno w badaniach medycznych [9] jak i w zastosowaniach przemysłowych [10]. W ostatnich latach widoczny jest wzrost wartości rynku tomografii rentgenowskiej w aplikacjach przemysłowych, co przedstawia Tabela 1.1.

Tab. 1.1. Wartość rynku aplikacji przemysłowych tomografii rentgenowskiej [10]

<b>Rok</b>	<b>Wartość rynku tomografii rentgenowskiej (mln USD)</b>
2009	334
2011	310
2014	451
2016	509
2017	592

Pomimo wielu bezsprzecznych zalet tomografii rentgenowskiej, wiąże się ona z ograniczeniami, związanymi przede wszystkim z kosztami urządzeń badawczych oraz koniecznością dbania o ochronę personelu przed wpływem szkodliwego promieniowania jonizującego na organizmy żywe. Problemy te nie dotyczą tomografii wiropądowej, charakteryzującej się niskimi kosztami konstrukcji stanowisk pomiarowych, brakiem problemu z przechowywaniem znacznych ilości danych oraz nie wymagają specjalnych zabezpieczeń i osłon dla operatora. Należy podkreślić, że istotną barierę w rozwoju tomografii wiropądowej przez wiele lat stanowił jej znaczny koszt obliczeniowy. Wraz z pojawieniem się technologii umożliwiających tworzenie procesorów o większej gęstości tranzystorów, ten czynnik przestaje mieć znaczący wpływ na rozwój tomografii wiropądowej.

W literaturze nie przedstawiono pełnej propozycji zastosowania tomografii wiropądowej w aspekcie badań nieniszczących. Poniższa praca stanowi uzupełnienie tego obszaru wiedzy, skupiając się na badaniach obiektów osiowosymetrycznych. Przedstawiona jest zarówno propozycja metody pomiarowej, konstrukcja stanowiska tomografu wiropądowego do obiektów osiowo-symetrycznych oraz tomograficzne przekształcenie odwrotne.

## 2. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest opracowanie rozwiązań na potrzeby tomografii wiroprądowej, umożliwiającej jej zastosowanie w badaniach nieniszczących obiektów osiowo symetrycznych. Zakres pracy koncentruje się na obiektach ferromagnetycznych z nieciągłościami. W ramach pracy zostanie opracowany algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Ważnym aspektem nowości w pracy jest zastosowanie trójwymiarowego modelowania rozkładu pola magnetycznego oraz powiązanego z nim rozkładu prądów wirowych w badanym obiekcie. Modelowanie zostanie zrealizowane z wykorzystaniem metody elementów skończonych i zostanie wykorzystane do opracowania tomograficznego przekształcenia odwrotnego do analizy wyników pomiarów z tomografu wiroprądowego.

Zakres pracy obejmuje:

- Dobór oprogramowania dostępnego na licencji open-source, umożliwiającego realizację tomograficznego przekształcenia prostego,
- Opracowanie tomograficznego przekształcenia prostego, wykorzystującego metodę elementów skończonych. Za jego pomocą możliwe jest obliczenie trójwymiarowego rozkładu pola magnetycznego w układzie tomografu i pełne odtworzenie procedury pomiarowej,
- Przeprowadzenie optymalizacji obliczeniowej tomograficznego przekształcenia prostego, aby przyspieszyć obliczenia bez zauważalnej straty informacji.
- Określenie zakresu czułości wykorzystywanego układu tomografu wiroprądowego.
- Opracowanie algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji dyskretnej.
- Opracowanie algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego wykorzystującego prostopadłościenną nieciągłość modelową.
- Opracowanie wytycznych do praktycznego zastosowania tomografii wiroprądowej w badaniach nieniszczących.

Bezpośrednio z celem pracy związana jest jej teza: Zastosowanie zaproponowanego algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego umożliwia określenie parametrów obiektu odwzorowujących nieciągłość rzeczywistą z dokładnością wymaganą do zastosowań praktycznych.

### 3. Przegląd stanu wiedzy

#### 3.1 Istota pomiarów tomograficznych

Tomografia (z gr. Tomos –warstwa, grafi – rysunek) to nazwa metod obrazowania, których celem jest uzyskanie informacji wyższego rzędu na podstawie pomiarów niższego rzędu. Przykładem może być trójwymiarowy model obiektu uzyskany na podstawie dwuwymiarowych projekcji [11], bądź dwuwymiarowy rozkład konduktywności obiektu na podstawie skalarnych pomiarów rezystancji [12]. Typowym zastosowaniem tomografii jest uzyskanie obrazowania wewnątrz badanych obiektów, na podstawie pomiarów dokonywanych bez ingerencji w strukturę obiektu. Umieszcza to tomografię w szeroko pojętym obszarze badań nieniszczących.

Metody tomograficzne polegają na określaniu rozkładu obrazowanej wielkości fizycznej. Dokonywany jest pomiar innej wielkości fizycznej, która jest zależna od obrazowanej wielkości. Przykładowo, w komputerowej tomografii rentgenowskiej, obrazowanym parametrem jest pochłanianie promieniowania X przez poszczególne projekcje badanego obiektu, a mierzona jest wartość promieniowania X padającego na detektor.

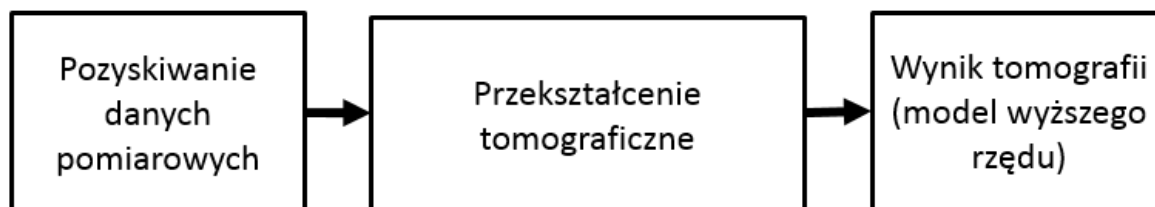
W zależności od wykorzystywanego medium oraz powiązanego z nim zjawiska fizycznego można rozróżnić następujące techniki tomograficzne:

- rentgenowską [13],
- rezonansu magnetycznego [14],
- emisyjną pozytonową [15],
- rezystancyjną [16],
- impedancyjną [17],
- pojemnościową [18],
- ultrasonograficzną [19],
- optyczną dyfuzyjną [20].

Istotą wszystkich pomiarów tomograficznych jest tzw. tomograficzne przekształcenie odwrotne. Za jego pomocą uzyskiwany jest model obiektu o wymiarze wyższego rzędu niż wymiar pomiaru. Przykładowo, w tomografii rezystancyjnej [12], na bazie skalarnych (jednowymiarowych) pomiarów rezystancji, uzyskiwany jest planarny (dwuwymiarowy) rozkład rezystywności w próbce.



Tomograficzne przekształcenie odwrotne może być realizowane jako przekształcenie bezpośrednie (analityczne), bądź z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych. Schemat pierwszej metody tomograficznego przekształcenia odwrotnego przedstawiono na rysunku 3.1.



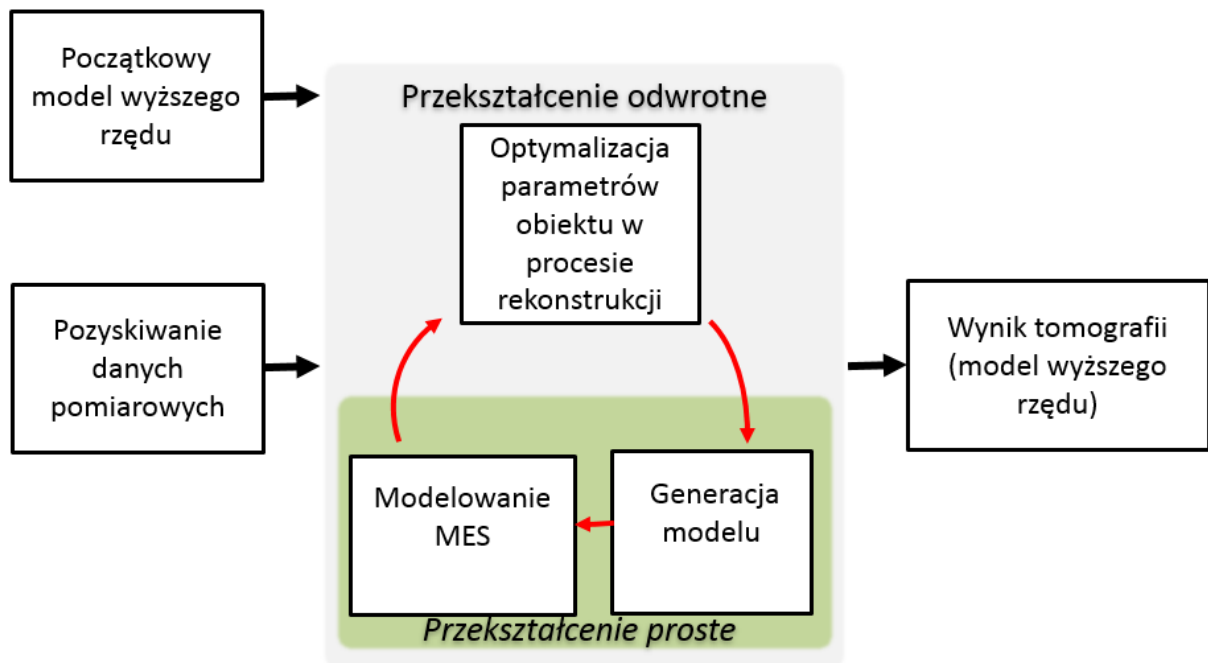
Rys. 3.1. Metoda tomograficznego przekształcenia prostego z wykorzystaniem metody analitycznej

Wspomniana wcześniej tomografia rentgenowska, ze względu na fakt, że powiązane z nią zjawisko fizyczne (absorbpcja promieniowania przez materiał) jest możliwe do opisanie w sposób analityczny, umożliwia stosowanie metody sumacyjnej [21]. Uzyskiwany w ten sposób trójwymiarowy model obiektu powstaje jako złożenie serii dwuwymiarowych obrazów. Metoda ta posiada jednak wady, zwłaszcza w przypadku obiektów o złożonej geometrii. Przykładowo, wyznaczenie granicy materiał-powietrze jest możliwe dopiero po zastosowaniu wyspecjalizowanych algorytmów progowania sygnału pomiarowego [8, 22].

Istnieje jednak wiele metod tomograficznych, w których wykorzystywane medium oraz powiązane z nim zjawisko fizyczne jest opisane źle uwarunkowanymi równaniami różniczkowymi (eng. Ill-posed differential equations [23] ). Przykładami takich metody są tomografia rezystancyjna oraz tomografia pojemnościowa, w których model wyższego rzędu jest uzyskiwany na podstawie pomiarów skalarnych wartości rezystancji [24] i pojemności [25]. W takich metodach niemożliwe jest zastosowanie metod analitycznych do realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Zastosowanie znajdują natomiast metody iteracyjne, bazujące na algorytmach optymalizacyjnych.

Schemat przekształcenia odwrotnego bazującego na algorytmie optymalizacyjnym przedstawiono na rysunku 3.2. W tej metodzie niezbędne jest zrealizowanie tomograficznego przekształcenia prostego. Jest to numeryczne odtworzenie procesu pomiarowego, za pomocą którego uzyskiwane są wyniki, jakie zadany model obiektu zwróciłby podczas pomiaru. Tomograficzne przekształcenie proste może być realizowane z wykorzystaniem różnych metod numerycznych, takich jak metoda elementów skończonych [26], metoda elementów

brzegowych [27] czy metoda objętości skończonych [28]. Wartości sygnałów pomiarowych odpowiadające zadanemu modelowi są porównywane z wynikami pomiarów, w celu obliczenia wartości funkcji celu algorytmu optymalizacji. Powszechnie stosowaną funkcją celu jest minimalizacja sumy kwadratów różnic pomiędzy wynikami pomiarów, a wynikami tomograficznego przekształcenia prostego.



Rys. 3.2. Metoda przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem metody optymalizacyjnej

### 3.2 Tomografia wiropądowa

Tomografia wiropądowa jest jedną z najnowszych metod tomograficznych. Została zaproponowana w 1995 [29], jako bezpieczna alternatywa dla popularnej i szeroko rozwiniętej tomografii rentgenowskiej. W założeniach miała łączyć prostotę badań metodą prądów wirowych z możliwością uzyskania pełnej informacji o obiekcie, typową dla metod tomograficznych.

Podstawy pomiarów metodą tomografii wiropądowej bazują na stosowanej powszechnie w badaniach nieniszczących metodzie prądów wirowych [1]. W metodzie prądów wirowych układ pomiarowy składa się przynajmniej z dwóch cewek – cewki wymuszającej oraz cewki pomiarowej. Cewka wymuszająca zasilana jest prądem przemiennym, indukując przemienne pole magnetyczne (zgodnie z prawem Amperę'a (3.2) [30]). Przemienne pole magnetyczne, oddziałuje na badany obiekt, powodując indukcję prądów wirowych zgodnie z prawem Faradaya (3.4). Kierunek zaindukowanych prądów wirowych jest taki, by indukowane przez nie pole magnetyczne osłabiałoby zewnętrzne zmiany pola magnetycznego, co określa reguła Lenza [31]. Pole magnetyczne na cewce odbiorczej jest superpozycją pola wymuszającego oraz pola wywołanego przez prądy wirowe w obiekcie.

Rozkład prądów wirowych w obiekcie jest uzależniony od rozkładu przestrzennego przewodności i przenikalności w badanym obiekcie. Jest to zjawisko nie możliwe do opisanie w sposób analityczny. Dlatego, do realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego niezbędne jest zastosowanie metody optymalizacyjnej.

Podstawowym ograniczeniem tej metody jest możliwość stosowania jej jedynie do materiałów wpływających na rozkład pola elektromagnetycznego – o znacznej przewodności elektrycznej i/lub przenikalności magnetycznej. Wykazano [32] możliwość stosowania stanowiska tomograficznego również do badań materiałów nieprzewodzących o dużej przenikalności magnetycznej. Dodatkowym ograniczeniem jest zjawisko naskórkowości prądów wirowych, czyli spadek natężenia prądów wirowych w coraz głębszych warstwach obiektu. W defektoskopii wiropądowej przyjmuje się głębokość wnikania prądów wirowych jako głębokość, przy której natężenie prądów wirowych jest  $e$ -krotnie mniejsze od natężenia na powierzchni badanego obiektu. Głębokość wnikania prądów wirowych opisuje zależność (3.1): [1]:

$$\delta = \frac{5 \cdot 10^5}{\sqrt{f \cdot \gamma \cdot \mu_r}} \quad (3.1)$$

przy czym:

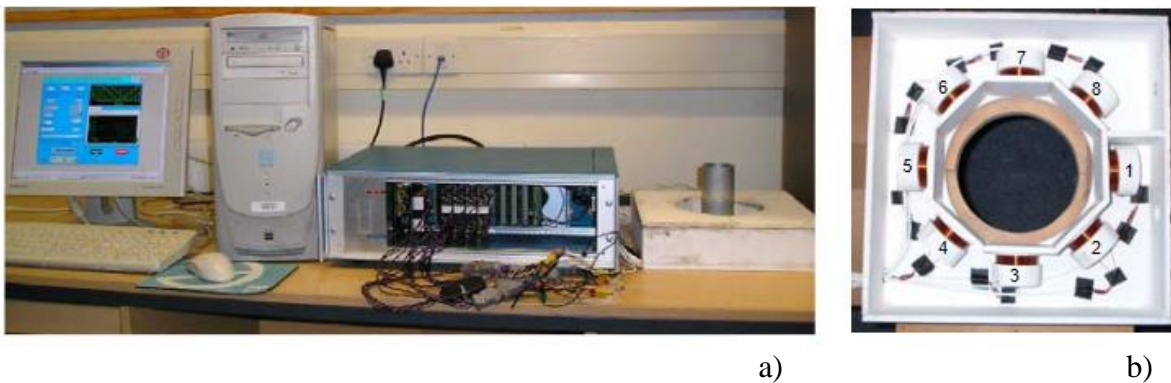
$\delta$  - głębokość wnikania prądów wirowych (mm),

$f$  – częstotliwość wymuszenia (Hz),

$\gamma$  - przewodność elektryczna materiału (S/m),

$\mu_r$  - względna przenikalność magnetyczna materiału (-).

Tym, co odróżnia tomografię wiropądową od powszechnie stosowanych metod tomograficznych jest ilość pomiarów/projekcji dokonywanych na obiekcie. Stosowane są dwie konstrukcje układów tomografów wiropądowych – z kilkoma parami cewek rozmieszczonych dookoła badanego obszaru [33] lub ze zmianą położenia obiektu względem pary cewek [34, 35]. Układ ze zwiększoną ilością cewek został zaproponowany przez Manuchehra Soleimaniego [36]. Przykład fizycznej implementacji układu przedstawiono na rysunku 3.3.

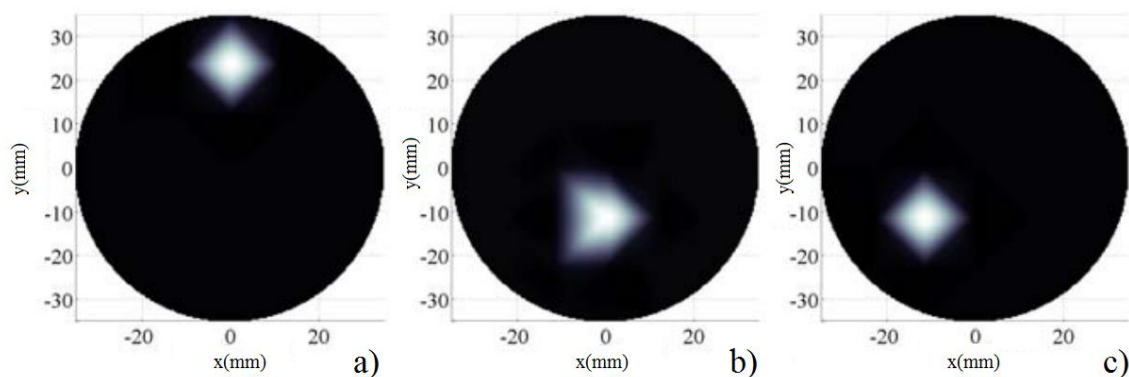


Rys. 3.3. Implementacja układu tomografu magnetycznego. a) – zdjęcie komputera PC wraz z kartami I/O oraz przestrzenią obrazowania tomografu. b) – zdjęcie rozmieszczenia cewek dookoła przestrzeni obrazowania tomografu [37]

Układ tomografu magnetycznego zaproponowanego przez Manuchehra Soleimaniego składa się z ośmiu cewek rozmieszczonych dookoła obszaru badawczego. Osie kolejnych cewek są rozmieszczone co  $45^\circ$ . Istotą tego układu jest to, że każda z cewek może pełnić jednocześnie rolę nadawczą i odbiorczą. Dzięki temu uzyskiwane jest macierz 56 informacji o sprzężeniu pomiędzy poszczególnymi parami cewek. Układ ten może być rozszerzony o kolejne 8 cewek. W takim przypadku uzyskiwane będzie macierz 240 informacji o sprzężeniu magnetycznym cewek. Na jej podstawie możliwe jest przeprowadzenie tomograficznego przekształcenia odwrotnego.

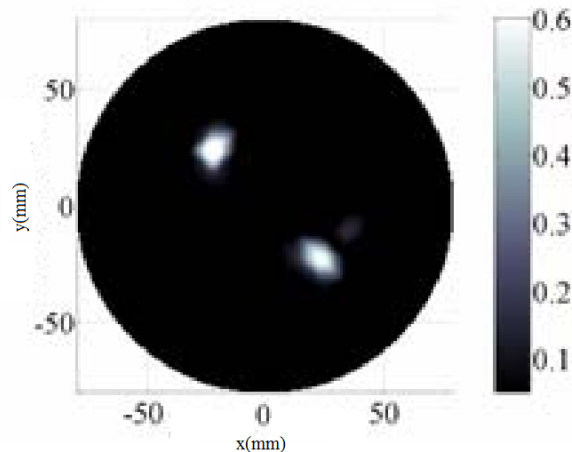
Układ wykorzystuje kartę akwizycji danych, służącą zarówno do generowania sygnałów, jak i do ich akwizycji. Za sterowanie przełączeniem cewek, odpowiada układ multipleksera. Ze względu na znaczne różnice w poziomie sygnałów na cewkach odbiorczych, wynikających z geometrii stanowiska pomiarowego, w układzie tomografu znajdują się również przedwzmacniacze, służące do dopasowania wartości sygnału pomiarowego, do zakresu napięć wejściowych karty pomiarowej.

Ze względu na relatywnie niską ilość projekcji połączonej ze znaczną szybkością ich uzyskiwania, przedstawiony układ znajduje zastosowanie w detekcji obecności obiektów przewodzących w obszarze tomografu. Tomograficzne przekształcenie odwrotne jest realizowane poprzez zastosowania uproszczenia dwuwymiarowego. Powoduje to niepełne odwzorowanie zjawisk elektromagnetycznych –prądy wirowe indukują się w płaszczyźnie prostopadłej do osi cewek. W wyniku zastosowanego tomograficznego przekształcenia odwrotnego uzyskiwana jest informacja o planarnym rozkładzie przenikalności i przewodności w badanym obszarze, co można powiązać z obecnością materiału. Przykładowe wyniki przedstawiono na rysunku 3.4.



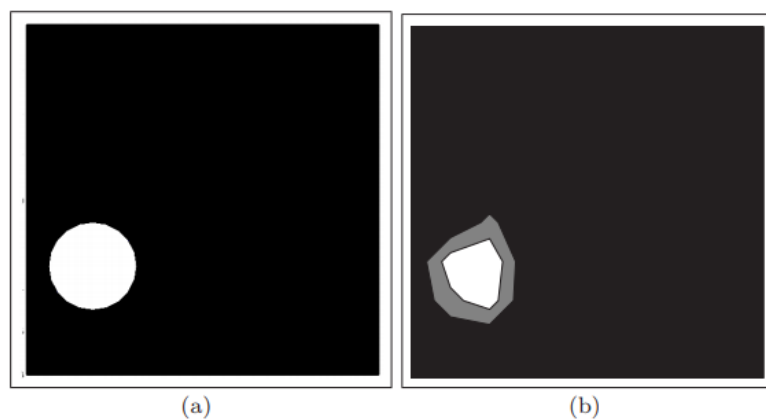
Rys. 3.4. Wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego dla różnych pozycji metalowego obiektu w badanym obszarze [36]

Należy zaznaczyć, że uzyskiwane w ten sposób wyniki stanowią jedynie jakościową reprezentację obecności materiału w badanym obszarze. Próby określenia parametrów fizycznych, takich jak przewodność elektryczna czy przenikalność magnetyczna polegają na szacunkowej ocenie kontrastu pomiędzy różnymi wynikami [36]. Przykładem, przedstawionym na rysunku 3.5, jest wynik tomograficznego przekształcenia odwrotnego dla pomiaru pręta miedzianego i aluminiowego.

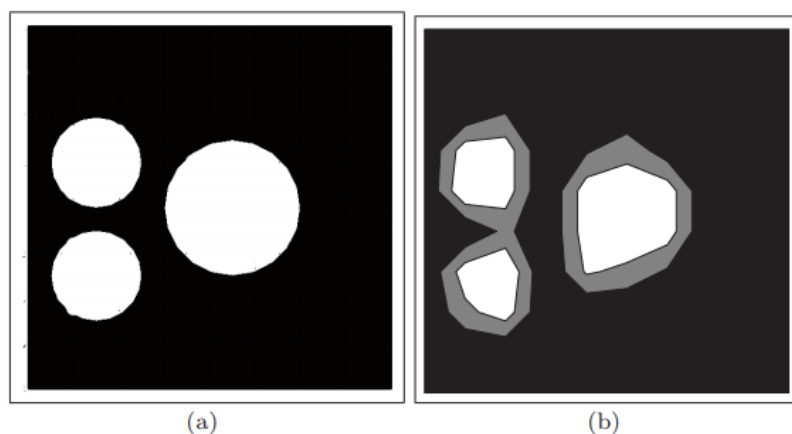


Rys. 3.5. Wynik przekształcenia odwrotnego dla dwóch prętów wykonanych z materiałów o różnej przewodności. Pręt aluminiowy umieszczono w pozycji (20,-30), pręt miedziany umieszczono w pozycji (-20,20) [37]

Dalszy rozwój metody polegał na zastosowaniu wymuszeń o zmiennych częstotliwościach [38]. Dzięki temu możliwe było uzyskanie informacji o różnych warstwach badanego obiektu, co wynika z różnych głębokości wnikania prądów wirowych w materiał (3.1). Realizacja tomograficznego przekształcenia odwrotnego nadal bazowała na uproszczeniu dwuwymiarowym. Skutkowało to znacząco szybszymi obliczeniami, jednak nie odwzorowywało w pełni wykorzystanego zjawiska fizycznego. Dodatkowo zastosowane kryterium ciągłości materiału, co sprowadzało się do określenia czy w danym pikselu w analizowanej przestrzeni znajduje się materiał. Przykładowe rezultaty tomograficznego przekształcenia odwrotnego uzyskane tą metodą przedstawiono na rysunkach 3.6 i 3.7. Widoczne obramowania z szarych (niejednoznacznych) pikseli świadczą o tym, że metoda ta nadaje się jedynie do zgrubnego określenia kształtu obiektu.

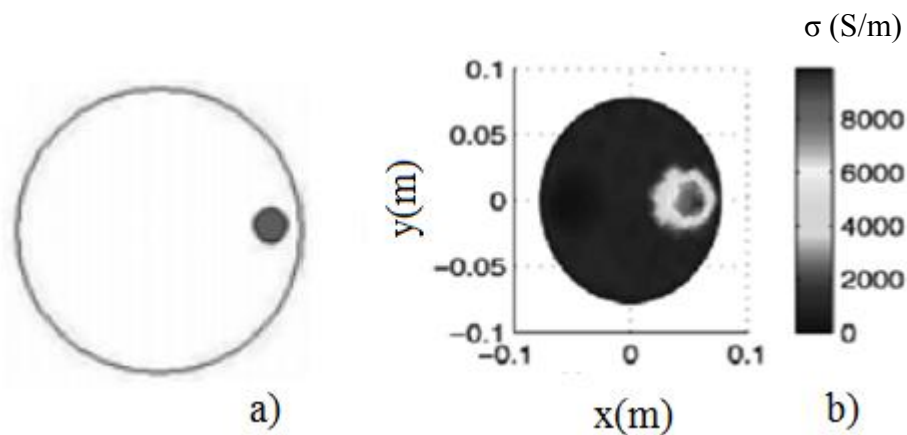


Rys. 3.6. Rekonstrukcja kształtu pojedynczego obiektu: a) - rzeczywisty obiekt, b) - wynik rekonstrukcji. Szary kolor oznacza piksele niejednoznaczne [38]

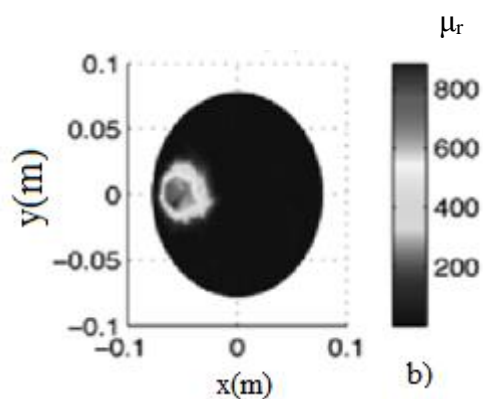


Rys. 3.7. Rekonstrukcja kształtu trzech obiektów: a) - rzeczywiste obiekty, b) - wynik rekonstrukcji. Szary kolor oznacza piksele niejednoznaczne [38]

Dalszy rozwój metody zespołu Manuchehra Soleimaniego skutkowało ilościowym określeniem przenikalności i przewodności obiektów, w połączeniu z wykrywaniem ich pozycji w badanym obszarze. Zastosowane tomograficzne przekształcenie odwrotne bazuje na iteracyjnym algorytmie optymalizacyjnym, w którym funkcją celu była minimalizacja różnicy pomiędzy wynikami pomiarów a wynikami tomograficznego przekształcenia prostego, realizowanego z wykorzystaniem metody elementów brzegowych. Przykładowe wyniki rekonstrukcji dla stalowego pręta umieszonego w różnych miejscach przedstawiono na rysunkach 3.8 i 3.9.



Rys. 3.8. Przykładowe wyniki rekonstrukcji przewodności elektrycznej obiektu:  
a) - rzeczywista pozycja obiektu, b) - wynik rekonstrukcji [33]

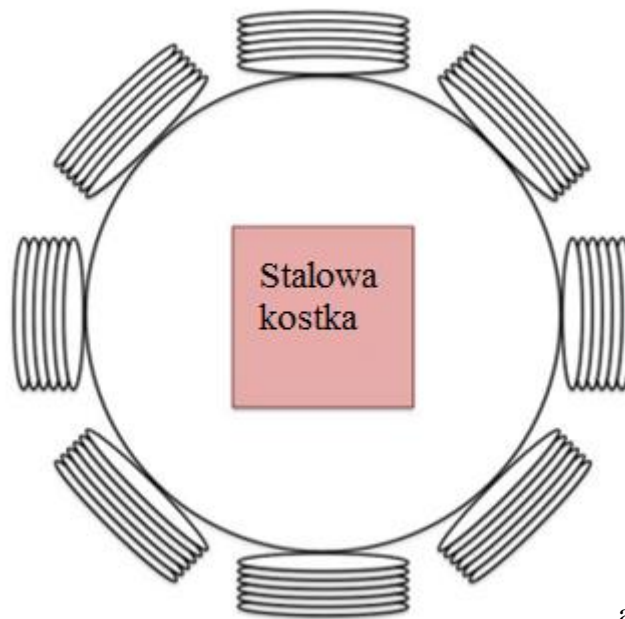


Rys. 3.9. Przykładowe wyniki rekonstrukcji względnej przenikalności magnetycznej:  
a) - rzeczywista pozycja obiektu, b) - wynik rekonstrukcji [33]

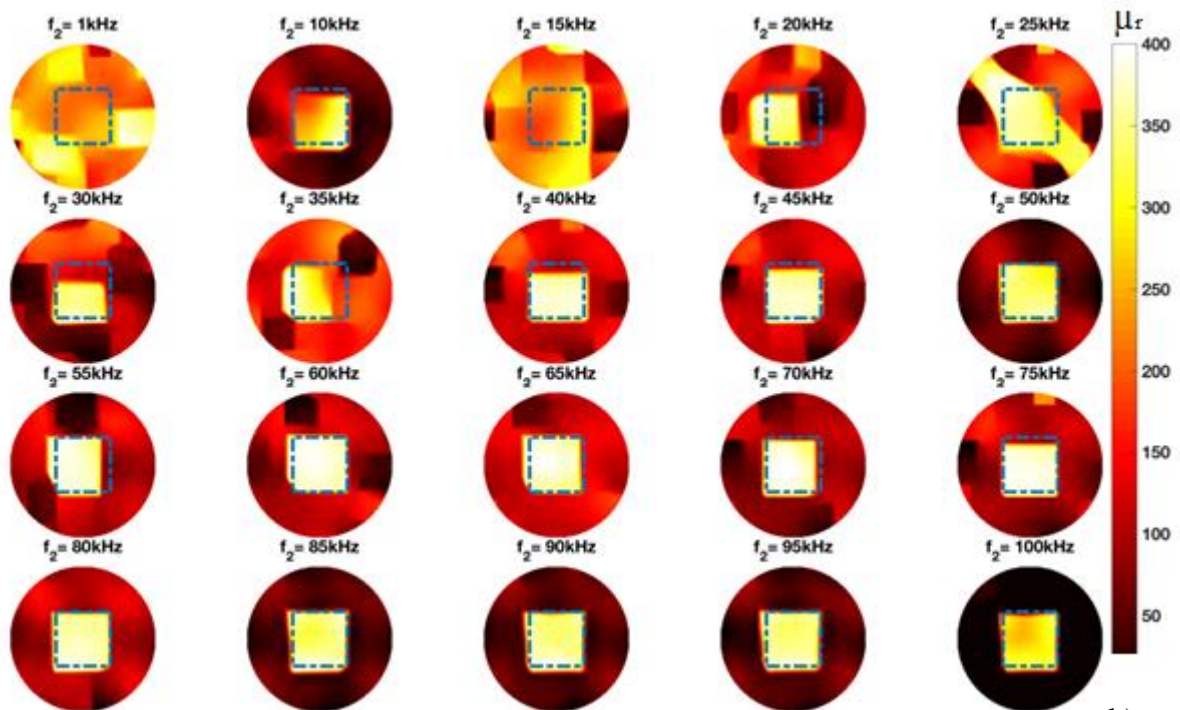
Przedstawione wyniki potwierdzają możliwość zarówno identyfikacji położenia obiektu, jak i zgrubnego określenia parametrów elektromagnetycznych materiału, z którego jest wykonany. Autor nie porównał jednak w żaden sposób uzyskanych właściwości elektromagnetycznych obiektu z rzeczywistymi. Dodatkowo rozmiar oraz kształt wykrytych obiektów odbiega od geometrii rzeczywistego obiektu.

Dalszy rozwój tej metody bazował na zastosowaniu wymuszeń w zakresie 1-100kHz [39]. Rekonstrukcja obrazu polegała na zastosowaniu uprzednio przygotowanych macierzy Jacobiego, w których zawarte były informacje o czułości układu, czyli zmianach sygnałów na kolejnych parach cewek spowodowanych obecnością obiektu. [40]. Przykładowe wyniki oraz rzeczywiste pozycje i kształty badanych obiektów przedstawiono na rysunkach 3.10 i 3.11



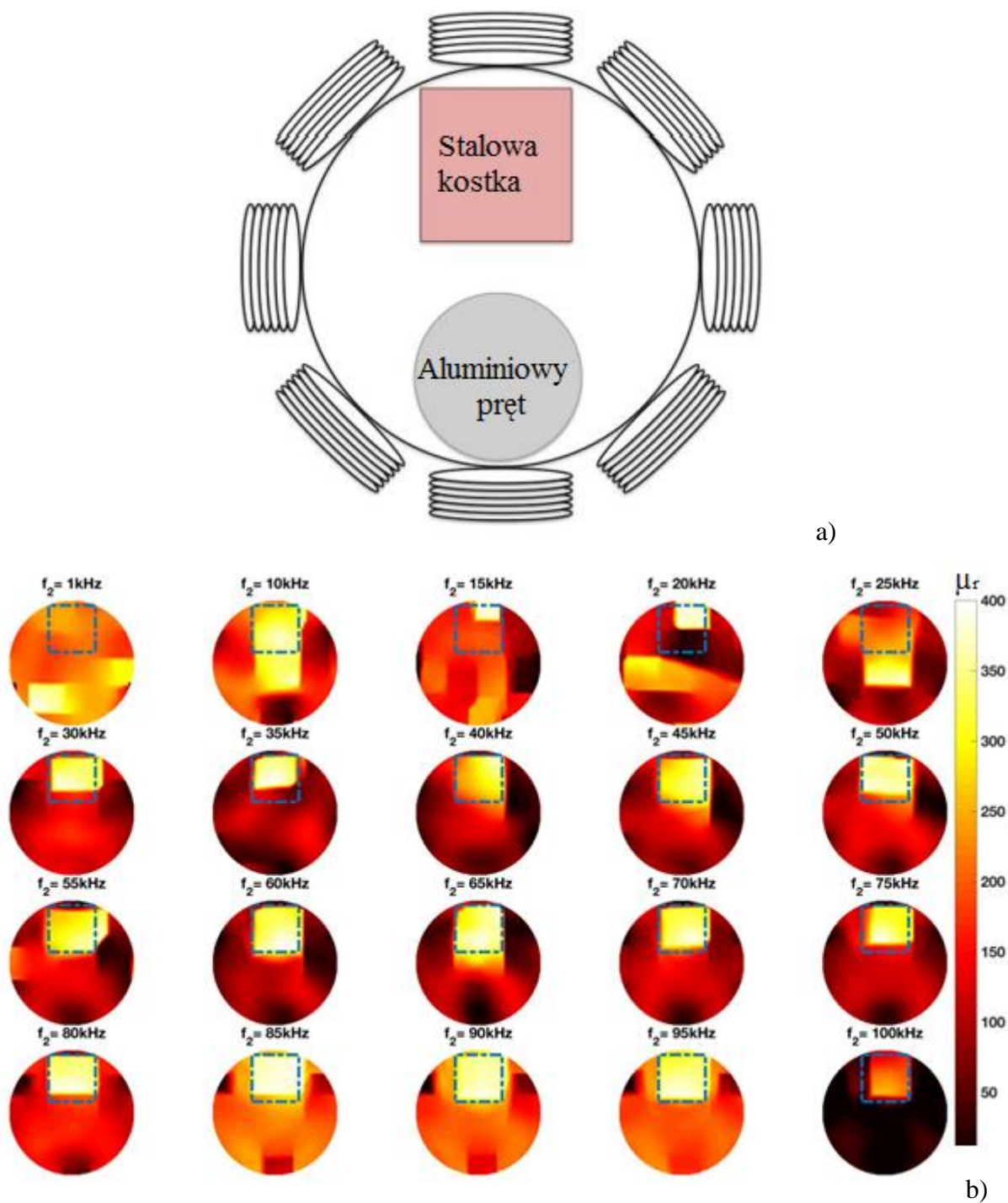


a)



b)

Rys. 3.10. Wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego przy zastosowaniu różnych częstotliwości wymuszeń: a) - rzeczywista pozycja obiektu w badanym obszarze, b) - wyniki rekonstrukcji przenikalności magnetycznej dla kolejnych częstotliwości [39]

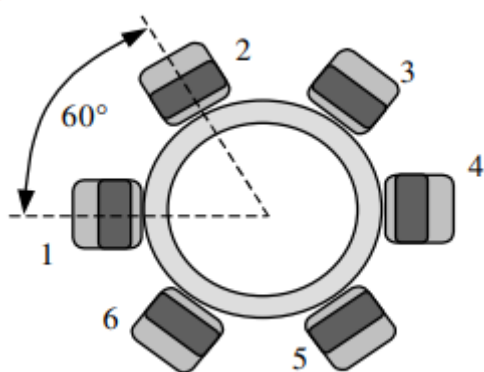


Rys. 3.11. Wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego przy zastosowaniu różnych częstotliwości wymuszeń: a) rzeczywiste pozycje badanych obiektów b) - wyniki rekonstrukcji przenikalności magnetycznej dla kolejnych częstotliwości [39]

Zaletą tej metody jest znaczna szybkość uzyskiwanych obrazów, co w połączeniu z dużą częstotliwością pomiarów, umożliwia obrazowanie przenikalności i przewodności niemal w czasie rzeczywistym. Zastosowanie szerszego spektrum częstotliwości wymuszeń znacząco poprawia wykrywalność obiektów ferromagnetycznych, co potwierdza porównanie wyników

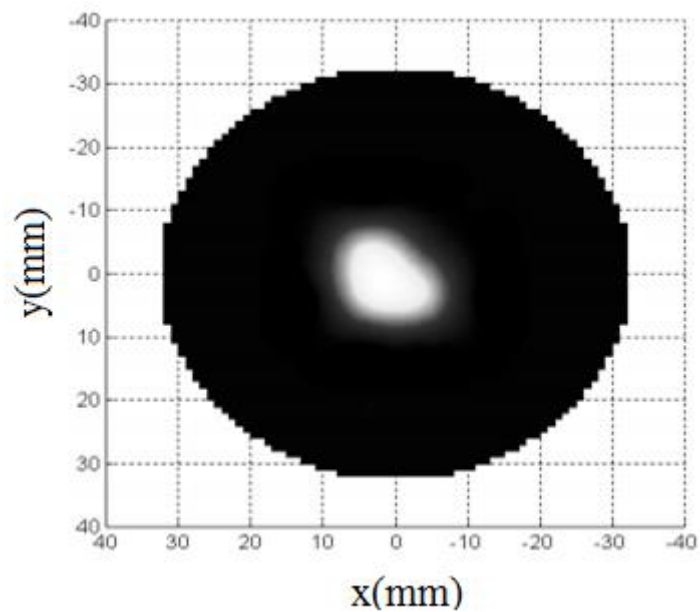
przedstawionych na rysunkach 3.12 i 3.13. Należy jednak podkreślić trudności z wykryciem obiektu o niskiej przenikalności (alumiowy pręt) widoczne na rysunku 3.13. Ponadto brak jest ilościowego porównania, uzyskanej w wyniku przekształcenia odwrotnego, wartości przenikalności z rzeczywistą.

Innym zastosowaniem tomografii wiroprowadowej jest wizualizacja profilu przepływu ciekłej stali podczas produkcji [41]. W tej aplikacji również stosowany jest układ cewek rozmieszczonych dookoła obszaru badanego, którym jest wylewka z pieca hutniczego. Układ przedstawiono na rysunku 3.12.

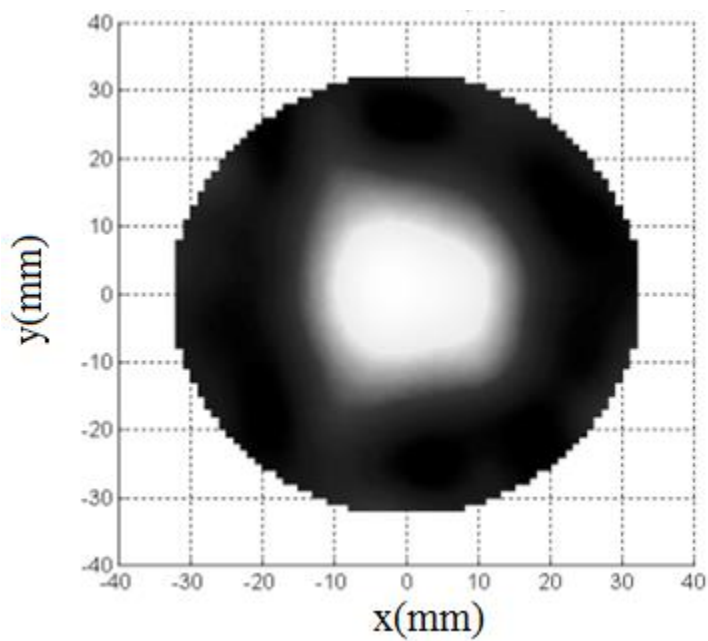


Rys. 3.12. Schemat rozmieszczenia cewek w układzie do badania przepływu ciekłej stali [41]

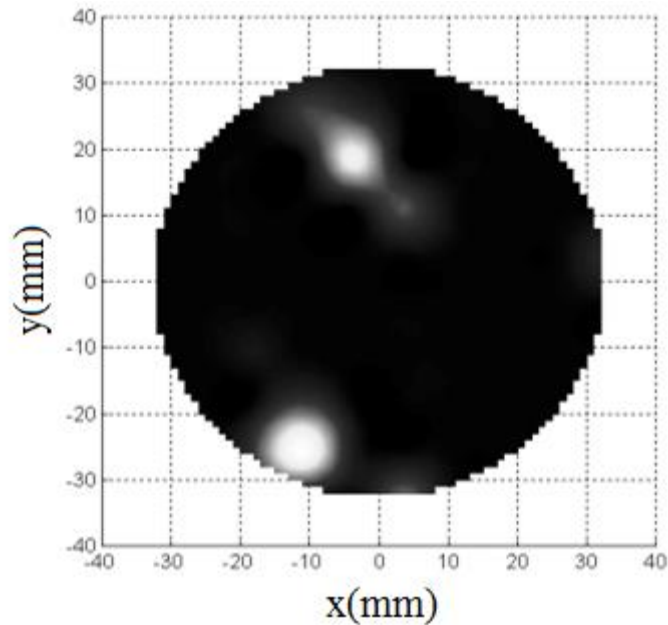
Tomograficzne przekształcenie odwrotne bazowało na mapach czułości układu tomografu [42, 43]– uprzednio przygotowanych zestawów danych o zmianach sygnałów na każdej z par cewek, w zależności od obecności materiału przewodzącego w każdym z pixeli, na które podzielony jest obszar badany. W omawianym zastosowaniu obszar badany był podzielony na 100 pixeli o boku 5 mm. Rekonstrukcja obrazu bazowała na uproszczeniu interakcji pomiędzy występowaniem materiału w kolejnych pikselach i zastosowaniu superpozycji sygnałów. Zaproponowaną metodę pomiaru i rekonstrukcji przetestowano umieszczając przewodzące pręty wewnątrz obszaru badanego. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 3.13, 3.14 i 3.15.



Rys. 3.13. Wynik rekonstrukcji obecności pręta o średnicy 12 mm umieszonego w pozycji (3,3) mm względem środka badanego obszaru [41]



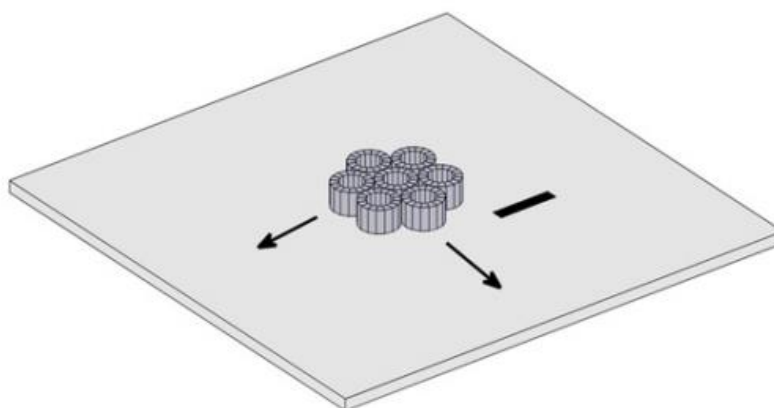
Rys. 3.14. Wynik rekonstrukcji obecności pręta o średnicy 25 mm umieszonego w środku badanego obszaru [41]



Rys. 3.15. Wynik rekonstrukcji obecności prętów o średnicy 12 mm umieszczonych w pozycjach (-5,20) mm i (-5,-25) mm względem środka badanego obszaru. [41]

Przedstawiona metoda, mimo zastosowania znacznych uproszczeń w realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego, potwierdza możliwość obrazowania przestrzennego rozkładu przewodności wewnątrz badanego obszaru i może znaleźć zastosowanie w określaniu profilu przepływu ciekłego metalu.

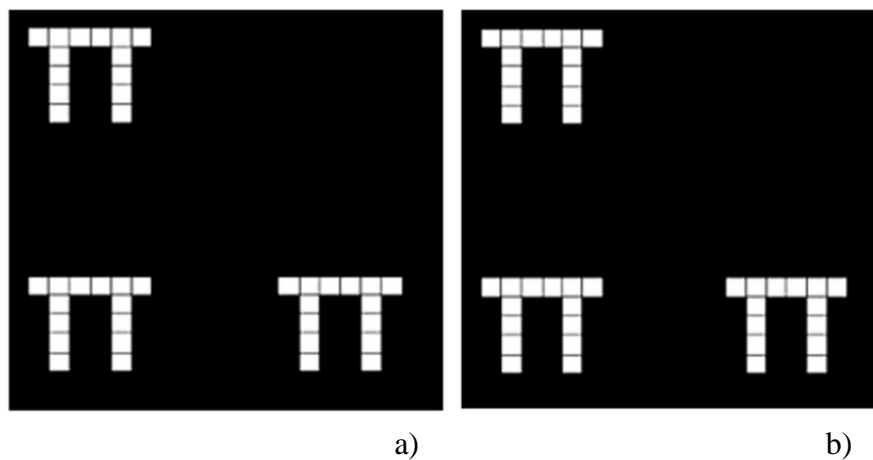
Innym podejściem w tomografii wiroprowodowej było skanowanie płaskiej powierzchni badanej próbki za pomocą macierzy cewek [44, 45], co schematycznie przedstawiono na rysunku 3.16.



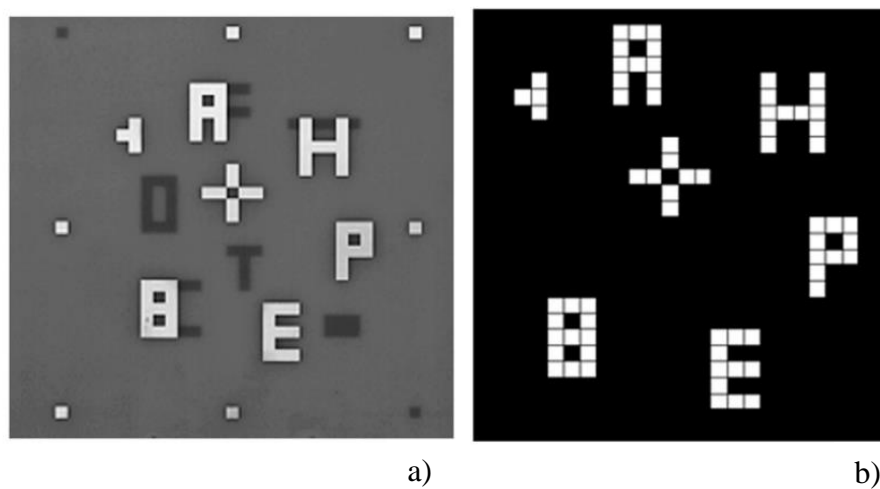
Rys. 3.16. Schemat przemieszczania się cewek nad badaną próbką, w której wykonano nieciągłość wzorcową [45]

Zestaw cewek jest przesuwany nad powierzchnią badaną za pomocą stolika XY. W każdej pozycji sensora, uzyskiwana jest macierz zawierająca 42 informacje o sprzężeniu pomiędzy cewkami. Pomiar dokonywany jest za pomocą układu przełączników i analizatora impedancji.

Tomograficzne przekształcenie odwrotne jest realizowane za pomocą kryterium ciągłości materiału i porównywania danych pomiarowych z danymi wzorcowymi (uzyskanymi nad jednolitym materiałem i oraz materiałem z nieciągłością wzorcową). Przykładowe wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego dla próbek będących odpowiednio wytrawionymi płytkami drukowanymi przedstawiono na rysunkach 3.17 i 3.18.



Rys. 3.17. Wynik tomograficznego przekształcenia odwrotnego dla próbek płaskich: a) - rzeczywisty układ pikseli na badanej próbce, b) - wynik rekonstrukcji [45]



Rys. 3.18. Wynik tomograficznego przekształcenia odwrotnego dla próbki płaskiej z nieciągłościami po obu stronach: a) - zdjęcie badanej próbki, b) - wynik rekonstrukcji [45]

Omówione powyżej rozwiązanie potwierdza możliwość zastosowania tomografii wiroprowodowej w układzie skanera 2D do dyskretnego określania występowania nieciągłości zarówno podpowierzchniowych jak i na powierzchni. Należy zwrócić uwagę na możliwość rozwoju rozdzielczości obrazowania, zależnej głównie od rozmiaru i ilości cewek pomiarowych oraz rozdzielczości przemieszczania matrycy czujników. Zastosowany algorytm rekonstrukcji bazuje na założeniu monotoniczności i jest w stanie wykrywać defekty poniżej pewnej założonej przewodności elektrycznej materiału. Uzyskiwany obraz przedstawia jedynie dyskretną reprezentację obecności materiału w analizowanych pikselach, a autorzy nie przedstawili możliwości określenia parametrów materiału, z którego wykonany jest badany obiekt.

### 3.3 Modelowanie zjawisk elektromagnetycznych z wykorzystaniem MES (metody elementów skończonych)

Metoda Elementów Skończonych (MES) to metoda służąca do rozwiązywania równań różniczkowych występujących przy opisie różnorodnych zjawisk fizycznych. Po raz pierwszy została przedstawiona w [46], jako efektywna metoda służąca do obliczania sztywności konstrukcji kopułowych. Obecnie MES znajduje zastosowanie w większości nauk technicznych jako użyteczne narzędzie umożliwiające modelowanie zjawisk takich jak naprężenia [47, 48, 49], przepływy cieczy [50, 51, 52], rozkład temperatur [53, 54, 55] czy elektromagnetyzm [56, 57, 58, 59, 60].

Pole elektromagnetyczne opisywane jest za pomocą różniczkowych równań Maxwella [31]:

$$\nabla \times \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{g} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (3.2)$$

$$\epsilon \nabla \cdot \vec{E} = \rho \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.4)$$

przy czym:

$\vec{B}$  - wektor indukcji pola magnetycznego (T),

$\mu$  - przenikalność magnetyczna materiału (H/m),

$\vec{g}$  - gęstość prądu elektrycznego (A/m<sup>2</sup>),

$\vec{E}$  - natężenie pola elektrycznego (V/m),

$\epsilon$  - przenikalność elektryczna materiału (F/m),

$\rho$  - gęstość ładunku elektrycznego (C/m<sup>3</sup>).

Ilość niewiadomych w równaniach może być zmniejszona, względem równań opisanych z wykorzystaniem wektora natężenia pola magnetycznego lub wektora indukcji magnetycznej. Jest to realizowane poprzez stosowanie potencjałów skalarnych lub wektorowych (magnetycznych i elektrycznych). Poniżej opisane potencjały mogą być zarówno tylko rzeczywiste jak i zespolone.

Wyróżnia się następujące potencjały skalarne [61]:

- skalarny potencjał elektryczny  $V$  wyrażony w voltach. Jest definiowany jako  $\vec{E} = -\nabla V$ , może być stosowany w modelach, w których indukcja pozostaje stała w funkcji czasu ( $\nabla \times \vec{E} = 0$ )

- skalarny potencjał magnetyczny  $\Psi$  wyrażony w amperach. Jest definiowany jako  $\vec{H} = -\nabla \Psi$ , może być stosowany w modelach, w których nie występują prądy ( $\nabla \times \vec{H} = 0$ ).

skalarny potencjał magnetyczny  $\Omega$  wyrażony w amperach. Jest definiowany jako  $\vec{H} = \vec{T} - \nabla \Omega$ , gdzie  $\vec{T}$  jest wektorowym potencjałem elektrycznym omówionym poniżej.

- zredukowany potencjał magnetyczny  $\Phi$  wyrażony w amperach. Jest definiowany jako  $\vec{H} = \vec{H}_s - \nabla \Phi$ , gdzie  $\vec{H}$  – wektor natężenia pola magnetycznego a  $\vec{H}_s$  – składowa wektora  $\vec{H}$  wynikająca z prawa Biota-Savarta.

Wyróżnia się następujące potencjały wektorowe [61]:

- magnetyczny potencjał wektorowy  $\vec{A}$ , wyrażony w Vs/m. Jest definiowany jako  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ .

- zmodyfikowany magnetyczny potencjał wektorowy  $\vec{A}^*$  jest rozwinięciem magnetycznego potencjału wektorowego  $\vec{A}^* = \vec{A} + \int \nabla V dt$ . Dzięki takiemu sformułowaniu możliwe jest stosowanie go zamiast pary potencjałów  $\vec{A} - V$ .



- wektorowy potencjał elektryczny  $\vec{T}$  wyrażony w A/m. Jest definiowany jako  $\vec{g} = \nabla \times \vec{T}$ , może być stosowany w modelach o stałej przewodności obiektów w czasie.

Do symulowania trójwymiarowego rozkładu pola elektromagnetycznego stosowane są modele, wykorzystujące różne, omówione powyżej potencjały. Stosowanie potencjałów skalarnych zamiast potencjałów wektorowych umożliwia zmniejszenie liczby niewiadomych w równaniach i szybsze obliczenia.

Model  $\vec{T}$ - $\vec{A}$  jest modelem rzadko stosowanym. Wynika to przede wszystkim z liczby niewiadomych (po 3 współrzędne wektorów  $\vec{T}$  i  $\vec{A}$ ), co skutkuje znacznym kosztem obliczeniowym. Jest on wyprowadzony z równań Maxwella w formie układu równań [61]:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \nabla \times \vec{T} \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\gamma} \nabla \times \vec{T} \right) = -\nabla \times \left( \frac{\delta \vec{T}}{\delta t} \right) \quad (3.6)$$

przy czym:

$\vec{A}$  - magnetyczny potencjał wektorowy (Vs/m),

$\vec{T}$  - wektorowy potencjał elektryczny (A/m),

$\gamma$  - przewodność elektryczna materiału (S/m),

$\mu$  - przenikalność magnetyczna materiału (H/m).

Znaczną zaletą tego modelu jest jednoznaczność rozwiązania potencjałów  $\vec{A}$  i  $\vec{T}$ , bez konieczności wprowadzania dodatkowych warunków, jak w przypadku innych modeli. Dzięki temu ma on szansę znaleźć szersze zastosowanie, jako że jego główna wada (znaczący koszt obliczeniowy) ma coraz mniejsze znaczenie przy rosnącej wydajności współczesnych komputerów.

Model  $\vec{T}$ - $\Omega$  jest obecnie częściej stosowany, niż omówiony powyżej model  $\vec{T}$  -  $\vec{A}$ . W obszarze przewodzącym pole elektryczne jest opisane wektorowym potencjałem elektrycznym

$\vec{T}$ , natomiast pole magnetyczne jest opisane skalarnym potencjałem magnetycznym  $\Omega$ . Opiera się on na równaniach [61]:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\gamma} \nabla \times \vec{T} \right) + \frac{\delta \mu \vec{T}}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta t} (\mu \nabla \Omega) \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \times \Omega) = \mu \nabla \cdot \vec{T} \quad (3.9)$$

przy czym:

$\Omega$  - skalarny potencjał magnetyczny (A),

$\vec{T}$  - wektorowy potencjał elektryczny (A/m),

$\gamma$  - przewodność elektryczna materiału (S/m),

$\mu$  - przenikalność magnetyczna materiału (H/m).

Wadą tego modelu jest niejednoznaczność rozwiązania, która wymaga wprowadzenia dodatkowych warunków w celu uzyskania jednoznaczności.

Model  $\vec{A}$ -V jest obecnie najczęściej stosowanym modelem do symulowania zjawisk elektromagnetycznych w modelach trójwymiarowych. Odwrotnie niż w modelu  $\vec{T}$  -  $\Omega$ , pole elektryczne jest opisane skalarnym potencjałem elektrycznym V, natomiast pole magnetyczne jest opisane wektorowym potencjałem magnetycznym  $\vec{A}$ .

Określenie wartości wektora A jest realizowane poprzez podstawowe funkcje związane z krawędzią elementu, natomiast wartość potencjału V jest obliczana za pomocą interpolacji wielomianem stopnia odpowiadającemu rzędowi zastosowanego elementu skończonego (w pracy stosowano jedynie elementy pierwszego rzędu). Ze względu na wykorzystanie elementów krawędziowych, możliwe jest modelowanie rozkładu pola magnetycznego i zagadnień z nim powiązanych (indukcja prądów wirowych w materiale itd.) jedynie w modelach trójwymiarowych.

Równania Maxwella w formie różniczkowej działające na ciało  $\Omega$  można zapisać następująco [31, 61, 62]:

$$-\sigma \vec{E} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) = \vec{g} \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.11)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.12)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (3.13)$$

przy czym:

$\vec{B}$  - wektor indukcji pola magnetycznego (T),

$\mu$  - przenikalność magnetyczna materiału (H/m),

$\vec{g}$  - gęstość prądu elektrycznego (A/m<sup>2</sup>),

$\vec{E}$  - natężenie pola elektrycznego (V/m),

$\epsilon$  - przenikalność elektryczna materiału (F/m),

$\rho$  - gęstość ładunku elektrycznego (C/m<sup>3</sup>),

$\vec{A}$  - magnetyczny potencjał wektorowy (Vs/m).

Powyższe równania nie posiadają jednoznacznego rozwiązania bez wprowadzenia dodatkowych ograniczeń na  $\vec{A}(x, t)$ . Bez tych założeń, w przypadku, gdy  $\vec{A}$  jest rozwiązaniem równań, każde pole  $\vec{A}_\phi$ , które można przedstawić jako  $\vec{A}_\phi = \vec{A} + \nabla\phi$  (dekompozycja Helmholtza [63]), również będzie rozwiązaniem tych równań. Jednoznaczność rozwiązania  $\vec{A}$  jest zapewniana poprzez szukanie takiego  $\vec{A}(\cdot, t) \in H(\text{rot}, \Omega) \cap H(\text{div}, \Omega)$ , które dodatkowo spełnia warunki  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$  dla całego ciała  $\Omega$  i  $\vec{A} \cdot \vec{n} = 0$  na powierzchni  $\partial\Omega$ .

Uwzględniając (3.11) i (3.12), (3.13) można zapisać jako [62]:

$$\nabla \times \left( \vec{E} + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \right) = 0 \quad (3.14)$$

W rezultacie można zautomatyzować spełnienie (3.13), poprzez poszukiwanie rozwiązania w formie:

$$\vec{E} + \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} = -\nabla V \quad (3.15)$$

gdzie  $V(\cdot, t) \in \mathcal{V} \subset H^1(\Omega)$  jest szukaną wartością skalarną potencjału elektrycznego. Dzięki temu możliwe jest wyrugowanie pola elektrycznego  $\vec{E}$  ze zbioru podstawowych szukanych, w sytuacji, gdy dodatkowe ograniczenie bazujące na warunku [62]

$$\nabla \cdot (\vec{g} + \sigma \vec{E}) = 0 \quad (3.16)$$

jest narzucone do ustalenia wartości  $V$ .

Wyprowadzenie równań w formie, umożliwiającej zastosowanie ich do obliczeń numerycznych odbywa się poprzez wprowadzenie  $v$  (funkcji próbnej dla  $V$ ), takiej, że  $\nabla v \in L_2(\Omega)$ . Poprzez wymnożenie (3.15) przez  $\sigma \nabla v$  i scałkowanie po ciele  $\Omega$ , uzyskiwane jest [62]:

$$\int_{\Omega} \sigma \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \cdot \nabla v d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \nabla V \cdot \nabla v d\Omega = - \int_{\Omega} \sigma \vec{E} \cdot \nabla v d\Omega \quad (3.17)$$

Sformułowanie słabe [64] uzyskiwane jest poprzez przeprowadzenie całkowania przez części na lewej stronie równania i wprowadzenie warunku (3.16) [62]:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \cdot \nabla v d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \nabla V \cdot \nabla v d\Omega &= \int_{\Omega} \nabla \cdot (\sigma \vec{E}) v d\Omega - \int_{\delta\Omega} (\sigma \vec{E}) \cdot \vec{n} v dS \\ &= - \int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{g} v d\Omega - \int_{\delta\Omega} (\sigma \vec{E}) \cdot \vec{n} v dS \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ustalenie wartości potencjału  $V$  daje możliwość określenia także składowej normalnej gęstości prądu  $\sigma \vec{E}$  na wybranej powierzchni. Jeśli składowa normalna gęstości prądu jest określona na całej powierzchni  $\partial\Omega$  jako  $-(\sigma \vec{E}) \cdot \vec{n} = j_n$ , to wymuszenie prądu i dane na powierzchni muszą spełniać warunek zgodności określony jako [62]:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{g} d\Omega = \int_{\delta\Omega} j_n dS \quad (3.19)$$

Natomiast uwzględniając (3.11) i (3.15) można zapisać (3.10) jako [62]:

$$\sigma \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} + \sigma \nabla V + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{g} \quad (3.20)$$

Co po wymnożeniu przez  $\vec{\eta}$  (funkcję próbną dla  $\vec{A}$ ) oraz odpowiednim scałkowaniu daje sformułowanie słabe [62]:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} \cdot \vec{\eta} d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \nabla V \cdot \vec{\eta} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) \cdot (\nabla \times \vec{\eta}) d\Omega \\ + \int_{\delta\Omega} \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) \cdot (\vec{\eta} \times \vec{n}) dS = \int_{\Omega} \vec{g} \cdot \vec{\eta} d\Omega \end{aligned} \quad (3.21)$$

Sformułowania słabe (3.18) i (3.21) składają się na zapis problemu rozwiązania równań Maxwella w formie  $\vec{A}$ -V. Warto podkreślić, że od (3.17) warunek  $\vec{A}(\cdot, t) \in H(\text{curl}, \Omega) \cap H(\text{div}, \Omega)$  był pomijany, ze względu na fakt, że warunek  $\vec{A}(\cdot, t) \in H(\text{curl}, \Omega)$  jest wystarczający przy tym zapisie. [62]

Wszystkie przedstawione powyżej równania mogą również zostać zastosowane do rozwiązań zagadnień magnetodynamicznych (w dziedzinie częstotliwości) przez przyjęcie [62]:

$$\vec{A}(x, t) = \vec{A}(x) e^{i\omega t} \quad (3.22)$$

$$V(x, t) = V(x) e^{i\omega t} \quad (3.23)$$

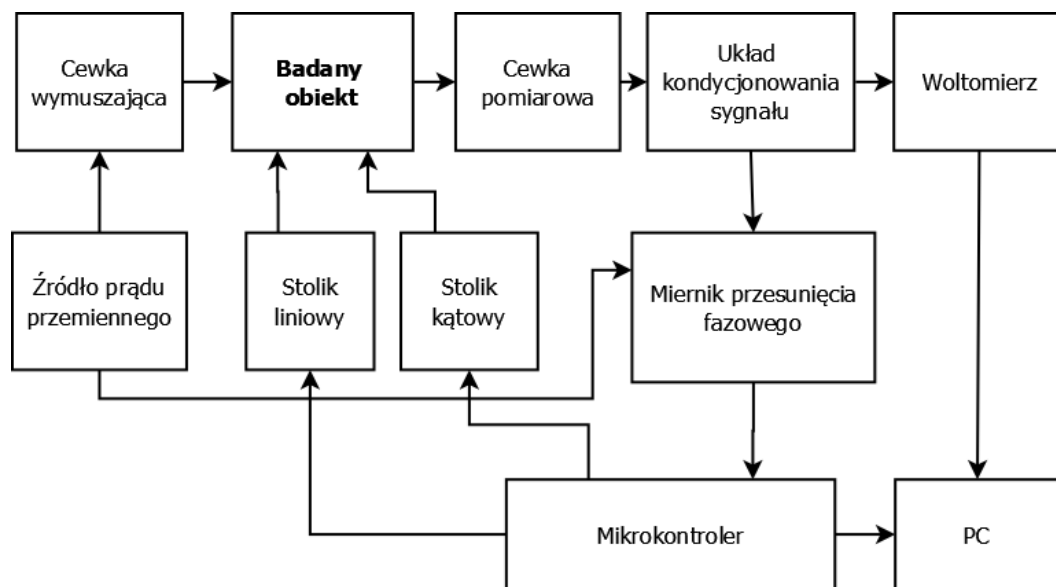
Umożliwia to uzyskanie zespolonych wartości szukanych  $\vec{A}(x)$  i  $V(x)$ .

#### 4. Eksperymentalne stanowisko badawcze

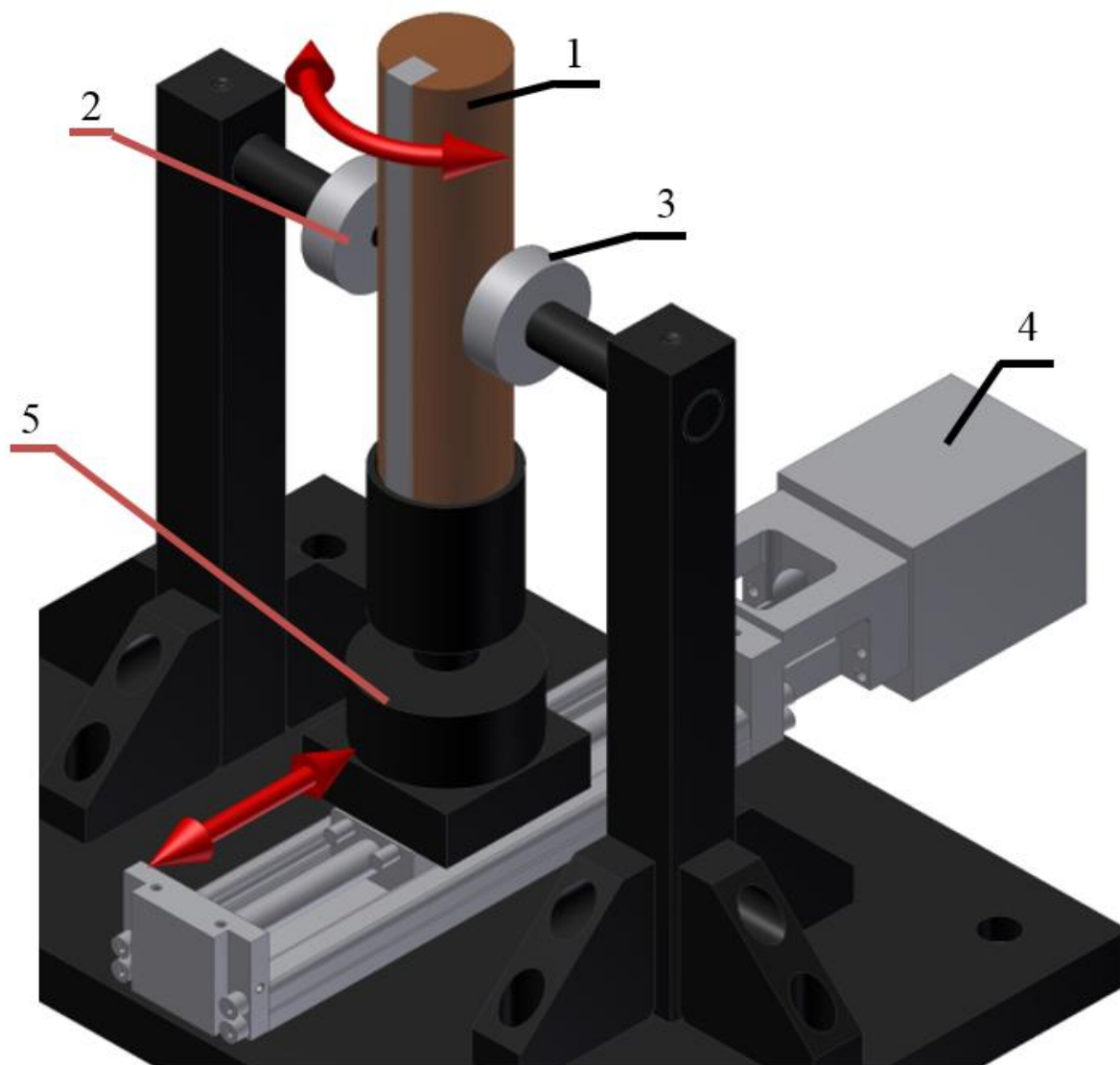
W ramach pracy wykorzystywano unikalne stanowisko tomografu wiropądowego opracowane w Instytucie Metrologii i Inżynierii Biomedycznej [34, 35]. Stanowisko przystosowane jest do pomiarów elementów osiowoosymetrycznych. W rozdziale 4.1 przedstawiono szczegółowy opis stanowiska tomografu wiropądowego. Rozdział 4.2 zawiera opis obiektów badanych w ramach pracy, natomiast wyniki pomiarów tych obiektów przedstawiono w rozdziale 4.3.

##### 4.1 Stanowisko pomiarowe

W przeciwieństwie do omówionych w rozdziale 3 stanowisk pomiarowych, układ tomografu wiropądowego omawiany w niniejszej pracy wykorzystuje jedynie dwie współosiowe cewki – nadawczą i odbiorczą. Schemat tomografu wiropądowego przedstawiono na rysunku 4.1 natomiast jego model wraz z zaznaczonymi kierunkami ruchu elementu przedstawiono na rysunku 4.2.



Rys. 4.1. Schemat blokowy tomografu wiropądowego [65]



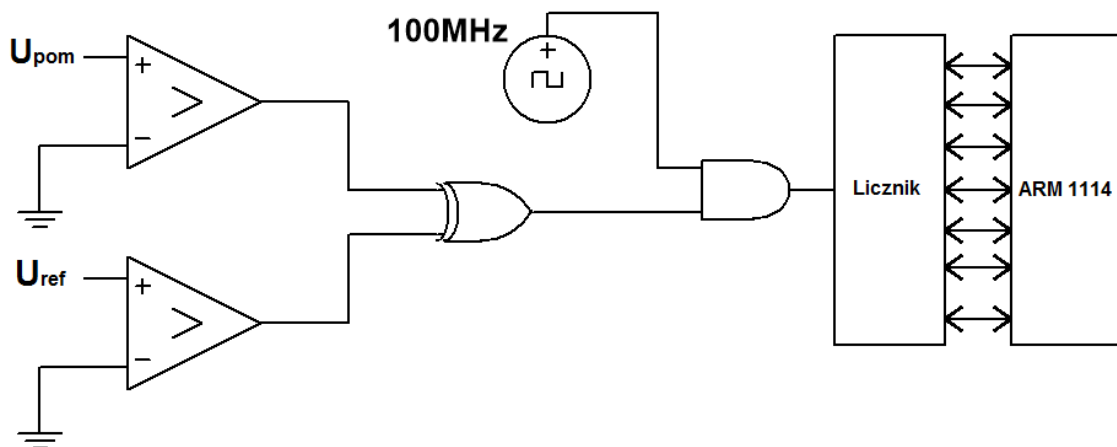
Rys. 4.2. Model układu tomografu wiropiędowego z zaznaczonym kierunkiem ruchu elementów. 1 – badany obiekt, 2 – cewka wymuszająca, 3 – cewka odbiorcza, 4 – stolik liniowy, 5 – stolik obrotowy

Badany element przesuwany jest prostopadłe do osi cewek wykonując, dla każdej pozycji liniowej, pełen obrót dookoła własnej osi. Ruch elementu jest realizowany przez układ aktuatorów – na stoliku liniowym (napędzanym silnikiem krokowym) znajduje się aktuator kątowy. Cewka nadawcza zasilana jest prądem sinusoidalnie zmiennym o częstotliwości 2 kHz. Układ źródła prądu przemiennego składa się z generatora napięciowego ICL8038 oraz źródła prądowego sterowanego napięciowo, pracującego w układzie pompy prądowej Howlanda [66].

Cewka wymuszająca generuje przemienne pole magnetyczne, które powoduje indukcję prądów wirowych w badanym materiale. Rozkład prądów wirowych w materiale jest zależny od rozkładu przenikalności magnetycznej i przewodności elektrycznej. Nieciągłości materiału

takie jak pęknięcia, pory czy wtrącenia powodują zaburzenia rozchodzenia się prądów wirowych w materiale, co wpływa na parametry sygnału trafiającego na cewkę odbiorczą. Zmianie ulega amplituda sygnału pomiarowego oraz przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałem wymuszającym a pomiarowym. Sygnał z cewki odbiorczej trafia do układu kondycjonowania sygnału, w skład którego wchodzi wzmacniacz napięciowy oraz pasmowo przepustowy filtr Butterwortha drugiego rzędu wykonany w topologii Sallen-Key [66] o częstotliwości środkowej równej częstotliwości prądu zasilającego cewkę wymuszającą [67].

Filtracja sygnału pomiarowego wydziela pierwszą harmoniczną sygnału, co powoduje wzrost stosunku sygnału do szumu [34]. Wartość amplitudy pierwszej harmonicznej jest mierzona za pomocą woltomierza Thounghui 1961 o niepewności pomiarowej 0,08%. Pomiar wartości przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałem pomiarowym a wymuszającym został zrealizowany za pomocą układu przedstawionego na rysunku 4.3. Składa się on z wzorcowego generatora o częstotliwości 100 MHz, układu bramek logicznych oraz mikrokontrolera ARM 1114.

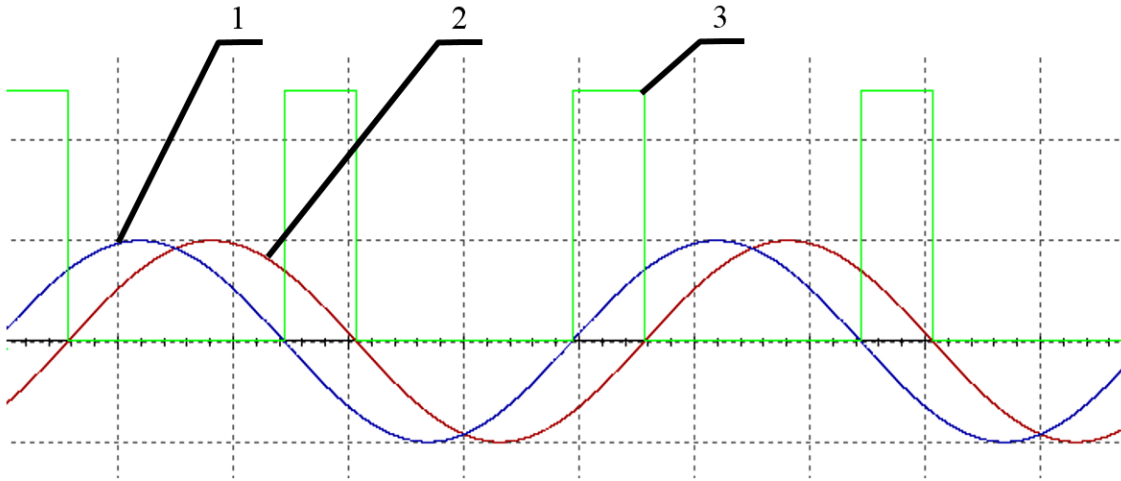


Rys. 4.3. Schemat blokowy miernika przesunięcia fazowego [67]

Komparatory służą do konwersji sygnałów (wymuszającego i mierzonego) na sygnał prostokątny. Bramka logiczna XOR określa zgodność znaku sygnałów. Steruje ona bramką AND, która bramkuje prostokątny sygnał zegarowy ze wzorcowego generatora o częstotliwości 100 MHz. Impulsy wzorcowe zliczane są przez licznik połączony z mikrokontrolerem i przeliczane na czas. Wartość przesunięcia fazowego jest obliczana przez mikrokontroler jako stosunek czasu, kiedy sygnały mają przeciwne znaki, do okresu sygnału, który wynosi 2 kHz.



Przykładowy oscylogram sygnałów o przesunięciu fazowym  $45^\circ$  przedstawiono na rysunku 4.4.



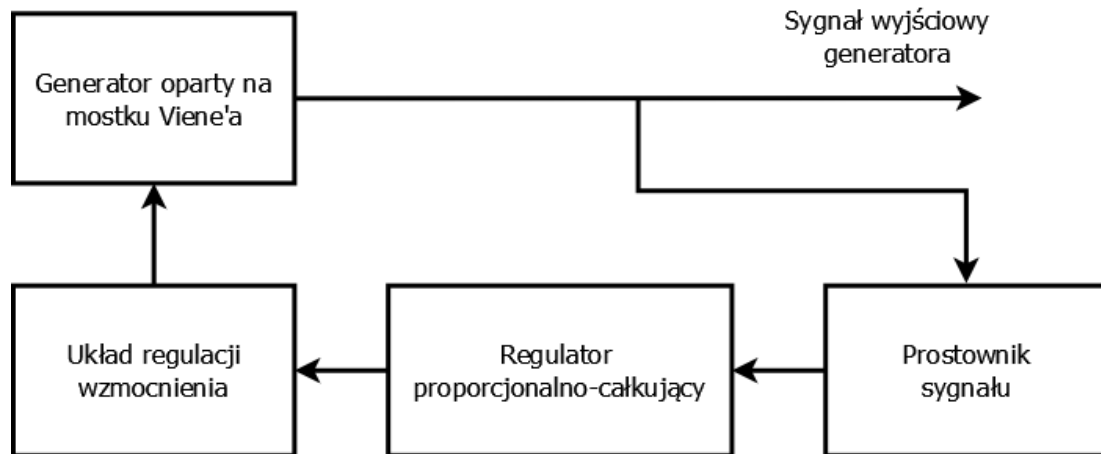
Rys. 4.4 Przykładowy oscylogram przebiegów w mierniku przesunięcia fazowego: 1) - sygnał pomiarowy, 2) – sygnał wymuszający, 3) – sygnał otwarcia bramki

Mikrokontroler ARM1114, oprócz obsługi miernika przesunięcia fazowego, steruje również układem aktuatorów, nadając badanemu obiektowi pozycje liniowe z krokiem minimalnym 0,01 mm oraz kątowne z krokiem minimalnym  $1^\circ$ . Tak niskie wartości kroków powodują znaczne wydłużenie procesu pomiarowego bez znacznej poprawy jakości informacji uzyskiwanych podczas pomiaru. Dlatego, w praktycznej realizacji stanowiska, zdecydowano się na zwiększenie wartości kroków pomiarowych odpowiednio do 1 mm i  $3,6^\circ$ . Odpowiada to 92 pozycjom liniowym obiektu oraz, dla każdej pozycji liniowej, 100 pozycjom kątowym [34], co łącznie zapewnia 9 200 projekcji.

Całością stanowiska zarządza komputer klasy PC, komunikujący się z mikrokontrolerem i woltomierzem za pomocą portów szeregowych. W tym celu zaimplementowano program w środowisku programistycznym LabView [68]. Program wysyła do mikrokontrolera kolejne pozycje liniowe i kątowne, które przyjmuje obiekt, a następnie odczytuje wartości amplitudy sygnału pomiarowego oraz przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałem wymuszającym a pomiarowym. Efektem działania programu są macierze mierzonych wartości w funkcji pozycji liniowych i kątowych.

W ramach pracy zmodyfikowano stanowisko, poprzez zaproponowanie nowego układu mechanicznego. Zapewnia on zwiększoną sztywność uchwytów cewek oraz współosiowość cewki nadawczej oraz odbiorczej. Dodatkowo zaproponowano zastąpienie generatora sygnału

ICL 8038. W jego miejsce wykorzystano układ generatora opartego na mostku Viene'a [66]. Generator ten zapewnia stabilne sinusoidalne oscylacje o znacząco niższym poziomie zniekształceń nieliniowych. Do utrzymania stabilnej amplitudy oscylacji niezbędne jest spełnienie warunku, o pracy przy wzmacnieniu wynoszącym 3. Ze względu na niestabilności czasowe [69] i termiczne [70], nawet najprecyzyjniej dobrane elementy, nie gwarantują długoterminowej poprawności pracy takiego układu. Zaproponowano rozwiązanie, wprowadzające układ sprzężenia zwrotnego w generatorze, co przedstawiono na rysunku.4.5.



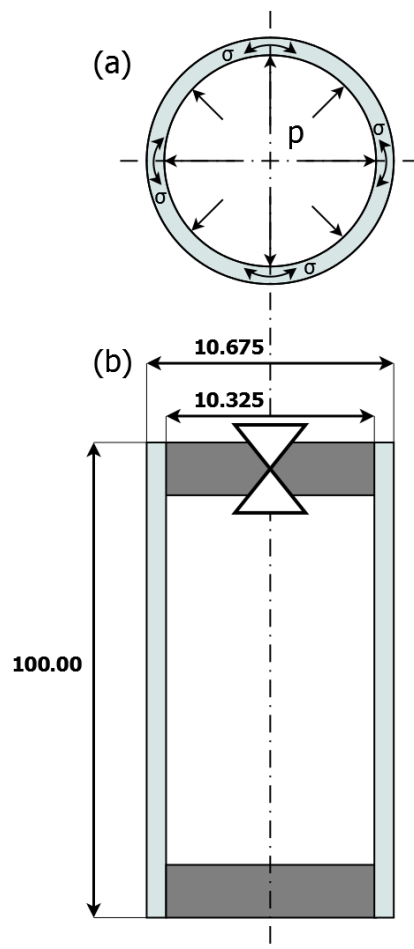
Rys. 4.5. Schemat blokowy generatora z układem sprzężenia zwrotnego

Sygnał wyjściowy z generatora trafia na aktywny prostownik sygnału, dzięki czemu uzyskiwana jest informacja o amplitudzie sygnału wyjściowego. Jako regulator zastosowano układ całkujący o odpowiednio dobranej stałej czasowej. W układzie regulatora umieszczono również wzorcowe źródło napięcia odniesienia MAX 6350. Wartość napięcia wyjściowego z tego źródła ustala punkt pracy regulatora, natomiast wartość amplitudy sygnału wejściowego jest zmienną procesową. Sygnał z regulatora steruje układem regulacji wzmacnienia, w którym kluczowym elementem wykonawczym jest tranzystor MOSFET. Jest on wpięty szeregowo w układzie generatora i wpływa na wzmacnienie przy jakim pracuje generator. Dzięki zastosowaniu układu sprzężenia zwrotnego uzyskano generator charakteryzujący się bardzo niskim współczynnikiem zniekształceń harmonicznycy, wynoszącym 0,5%. Jest to wartość czterokrotnie mniejsza, względem wcześniej stosowanego generatora, opartego o układ ICL 8038. Poprawa współczynnika zniekształceń harmonicznycy w generowanym sygnale przekłada się na wierniejsze odwzorowanie procesu pomiarowego za pomocą tomograficznego przekształcenia prostego, w którym nie ma możliwości uwzględnienia wyższych harmonicznycy sygnału wymuszającego.

## 4.2 Przedmiot badań

W ramach pracy przeprowadzono badania na dwóch typach próbek: próbkach z nieciągłościami wzorcowymi oraz próbce tulejowej, przystosowanej do zadawania naprężeń w badanym materiale.

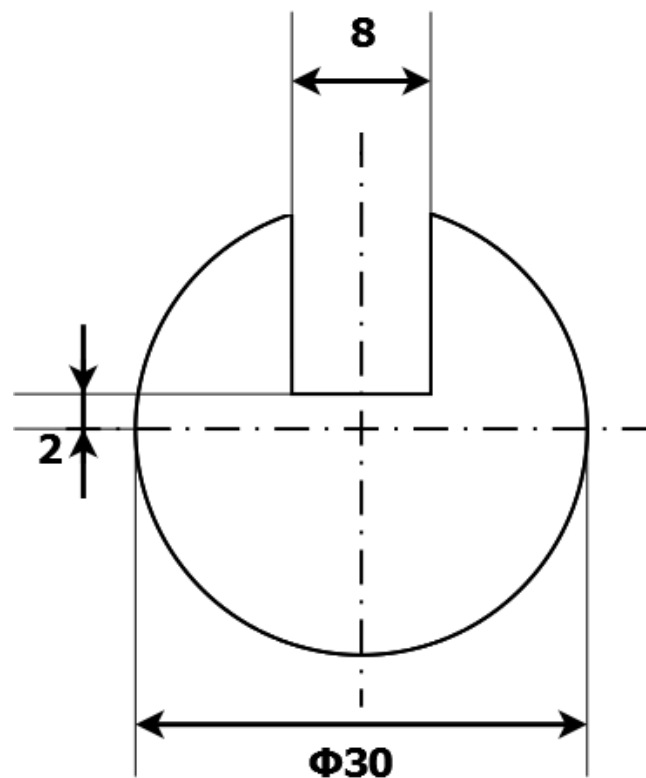
Próbkę tulejową wykonano w formie cienkościennego walca ze stali konstrukcyjnej 13CrMo4-5. Została ona uszczelniona przy obu wlotach nieprzewodzącym materiałem paramagnetycznym. Ze względu na te właściwości, materiał uszczelnienia nie ma wpływu na rozkład prądów wirowych w próbce oraz na rozkład pola magnetycznego w układzie tomografu. W górnym uszczelnieniu próbki umieszczono zawór zwrotny, dzięki któremu możliwe było zwiększanie ciśnienia wewnątrz próbki, co skutkowało powstawaniem naprężeń obwodowych w materiale. Schemat próbki przedstawiono na rysunku 4.6.



Rys. 4.6 a) Przekrój poprzeczny próbki tulejowej. Strzałkami zaznaczono kierunek oddziaływania ciśnień oraz naprężenia w materiale. b) Przekrój osiowy próbki tulejowej. Szarym kolorem oznaczono uszczelnienie próbki. [65]

Wykonano dwa zestawy próbek walcowych z nieciągłością wzorcową. Próbki wykonano ze stali S235JR oraz z miedzi. Wybór materiałów na próbki był spowodowany znaczną różnicą w wartości przenikalności magnetycznej – miedź, będąca diamagnetykiem, charakteryzuje się względną przenikalnością magnetyczną  $\mu_r$  zbliżoną do 1 [71], natomiast stal S235JR ma względną przenikalnością magnetyczną  $\mu_r$  1 500.

Badane próbki miały kształt walca o średnicy 30 mm i wysokości 120 mm. Wykonano w nich prostokątne wcięcia o głębokości 13 mm i szerokościach 2, 4, 6, 8, 10 i 12 mm, co przedstawiono na rysunku 4.7



Rys. 4.7. Przekrój przykładowej próbki walcowej z nieciągłością wzorcową o szerokości 8mm [34]

### 4.3 Uzyskane wyniki pomiarów

#### 4.3.1 Wyniki pomiarów próbki tulejowej

Badania na próbce tulejowej przeprowadzono w celu potwierdzenia możliwości wykrywania zmian przenikalności magnetycznej przy zachowaniu stałej geometrii próbki. Zmianę przenikalności magnetycznej realizowano poprzez efekt magnetoelastyczny [72]. Polega on na zmianie parametrów magnetycznych materiału pod wpływem naprężeń [73, 74, 75]. Naprężenia w materiale zadawano poprzez zwiększanie ciśnienia wewnątrz próbki za pomocą pompy. Wzrost ciśnienia w próbce powodował powstanie naprężeń obwodowych w materiale zgodnie ze wzorem Barlowa [76].

$$\sigma = \frac{r \cdot p}{g} \quad (4.1)$$

Przy czym:

$\sigma$  - naprężenia obwodowe w materiale (MPa),

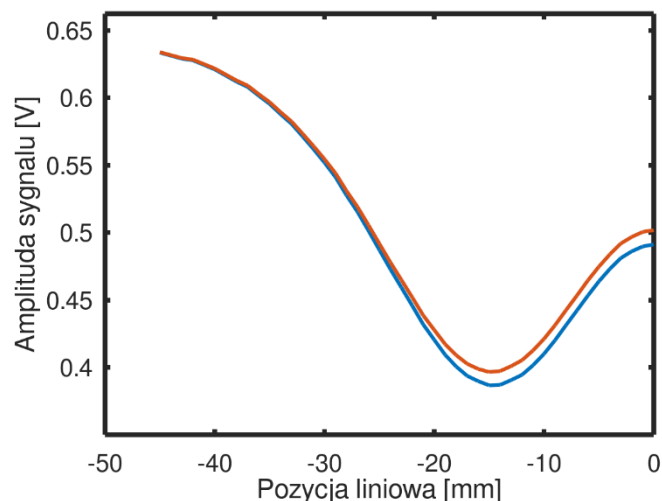
$r$  - zewnętrzny promień próbki tulejowej (mm),

$p$  - ciśnienie wewnątrz próbki tulejowej (MPa),

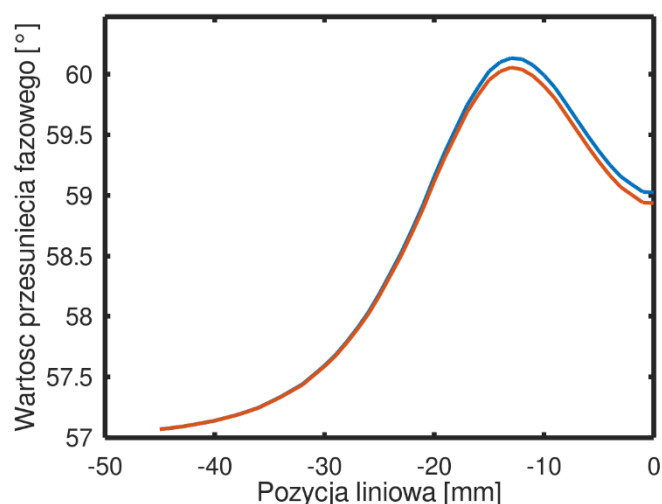
$g$  - grubość próbki tulejowej (mm).

Badania przeprowadzono na próbce bez naprężeń oraz po zadaniu ciśnienia 1 MPa, które wprowadziło w materiale naprężenia obwodowe  $\sigma$  o wartości 30 MPa.

Ze względu na pełną symetryczność osiową próbki, pomiary przeprowadzono nie uwzględniając obrotu próbki. Dodatkowo ograniczono zakres przesuwu liniowego próbki – punkt początkowy znajdował się w odległości 45 mm od osi cewek, natomiast punktem końcowym było przecięcie się osi próbki z osią cewek. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 4.8 i 4.9.



Rys. 4.8. Wyniki pomiarów amplitudy sygnału pomiarowego w funkcji odległości od osi cewek. Czerwoną linią zaznaczono wyniki dla próbki bez naprężeń, niebieską linią zaznaczono wyniki dla próbki z naprężeniami obwodowymi 30 MPa [65]

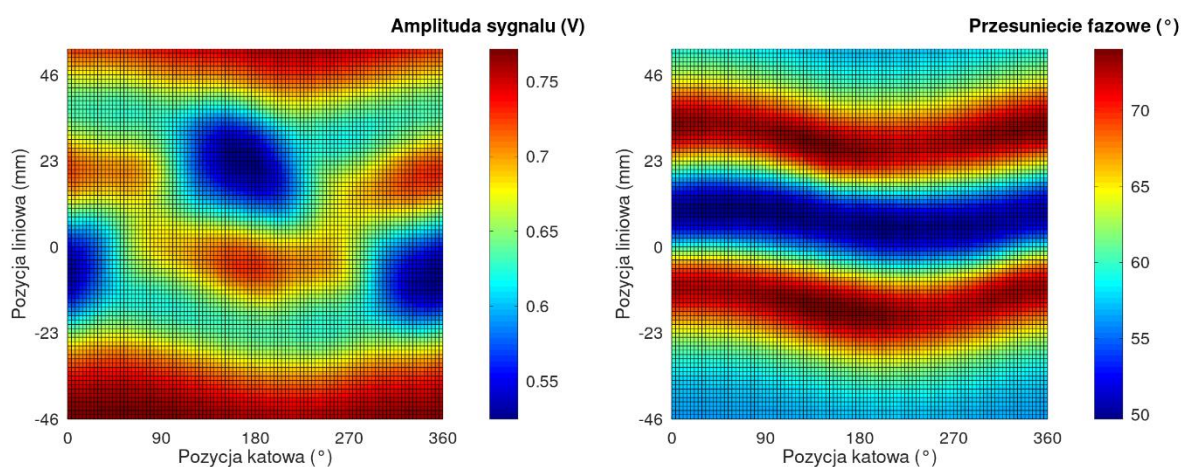


Rys. 4.9. Wyniki pomiarów przesunięcia fazowego w funkcji odległości od osi cewek. Czerwoną linią zaznaczono wyniki dla próbki bez naprężeń, niebieską linią zaznaczono wyniki dla próbki z naprężeniami obwodowymi 30 MPa [65]

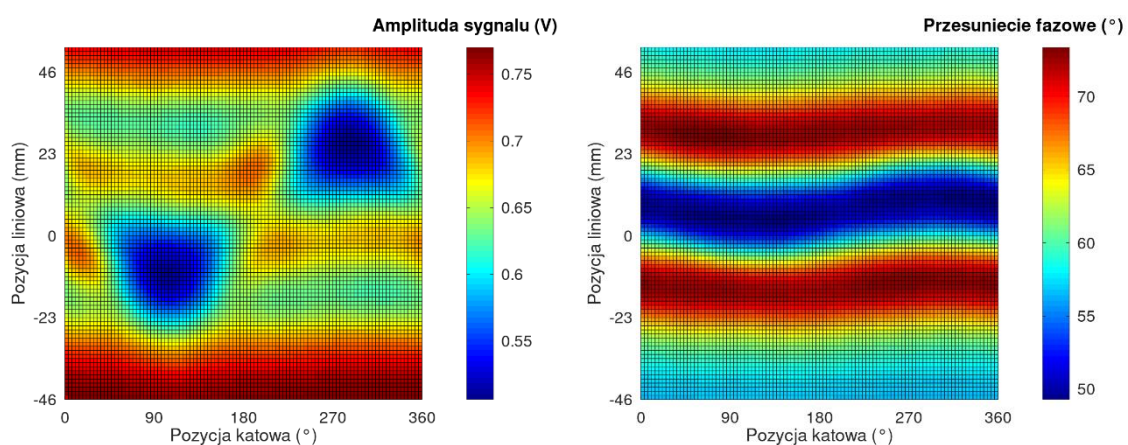
Uzyskane wyniki jednoznacznie potwierdzają wpływ zmiany przenikalności magnetycznej próbki na uzyskane wyniki pomiarów. Zmiana jest bardziej zauważalna dla danych przedstawionych na rysunku 4.8, przedstawiającym amplitudę sygnału pomiarowego. Uzyskane wyniki pomiarów potwierdzają możliwość wykrycia zmiany przenikalności magnetycznej materiału spowodowaną efektem magnetoelastycznym.

### 4.3.2 Wyniki pomiarów próbek z nieciągłościami wzorcowymi

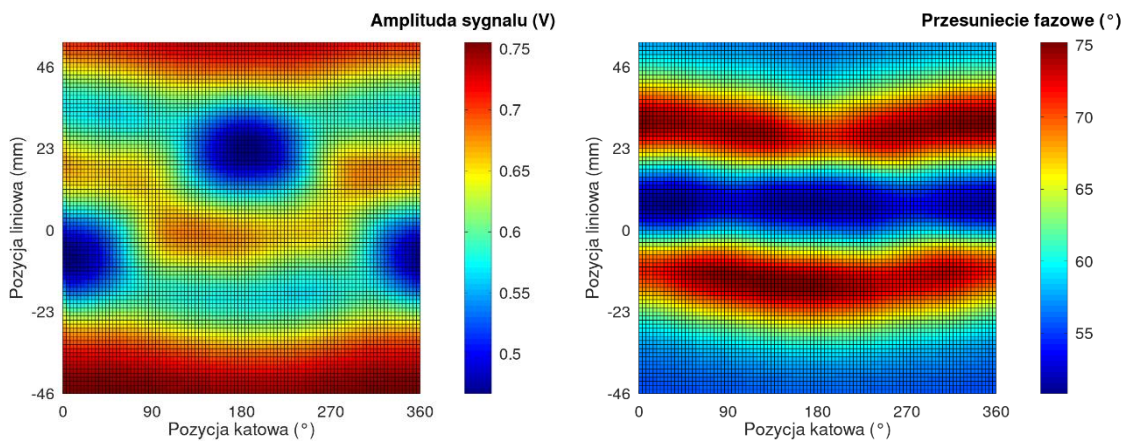
Badania na próbkach z nieciągłościami wzorcowymi przeprowadzono w celu potwierdzenia możliwości wykrywania defektów w badanych obiektach osiowosymetrycznych. Na poniższych rysunkach przedstawiono uzyskane wartości amplitudy sygnału pomiarowego oraz jego przesunięcia fazowego dla kolejnych pozycji liniowych i kątowych badanego obiektu. Przedstawione wyniki potwierdzają wpływ nieciągłości w materiale na parametry sygnału pomiarowego, zauważalnych zwłaszcza przy pomiarach próbek stalowych.



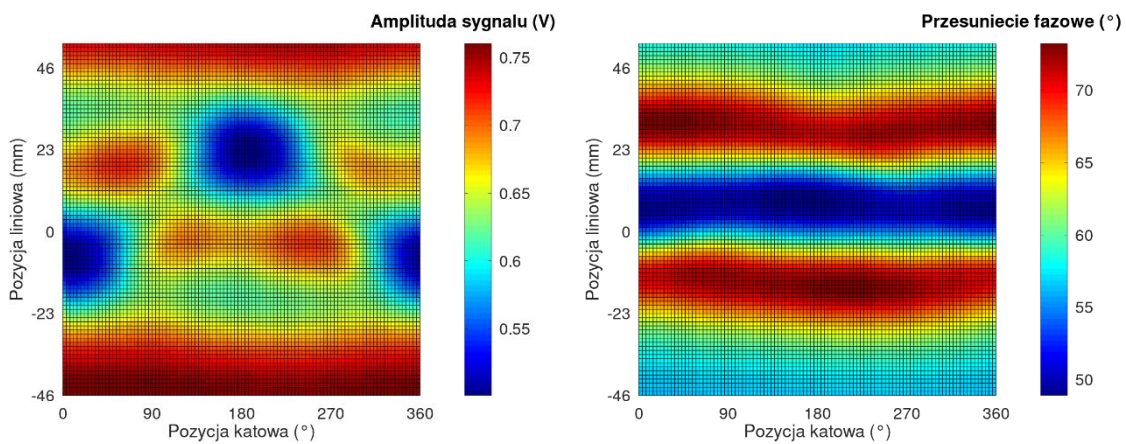
Rys. 4.10. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki stalowej o wcięciu 2 mm



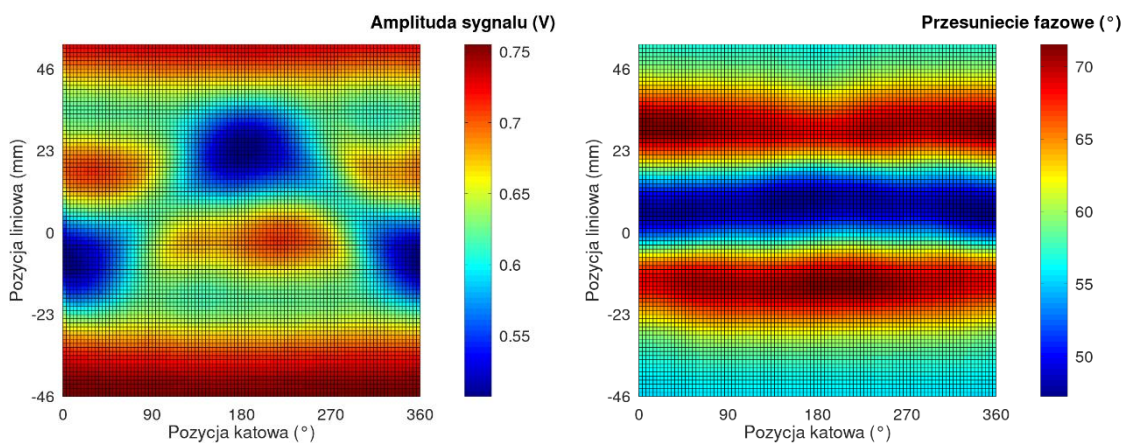
Rys. 4.11. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki stalowej o wcięciu 4 mm



Rys. 4.12. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki stalowej o wcięciu 8 mm

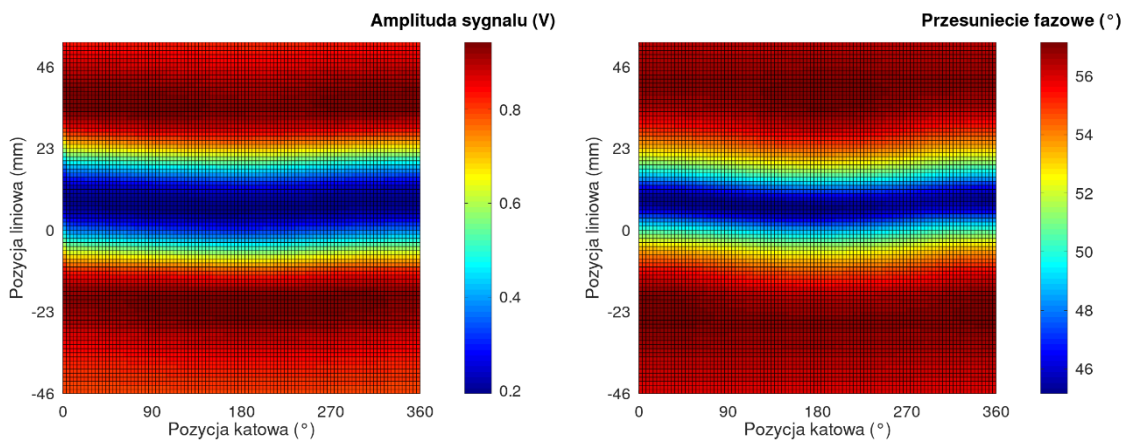


Rys. 4.13. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki stalowej o wcięciu 10 mm

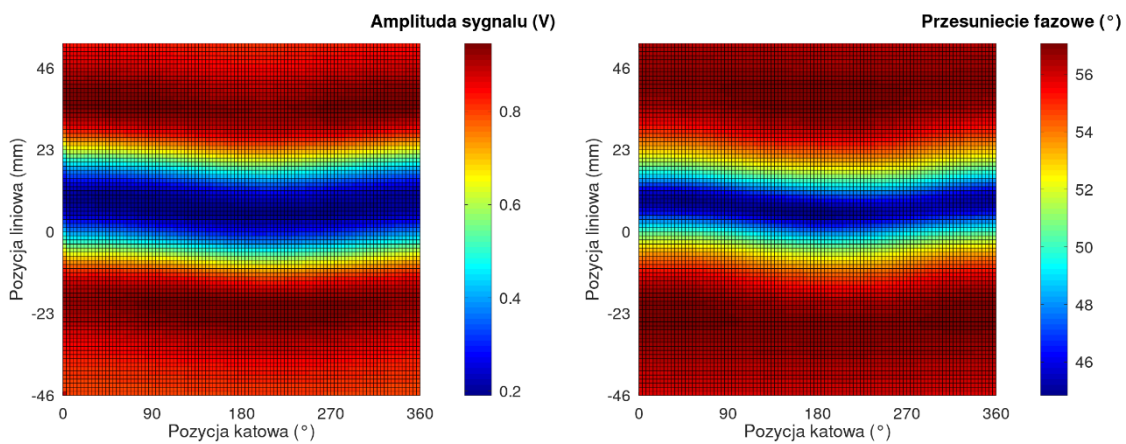


Rys. 4.14. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki stalowej o wcięciu 12 mm

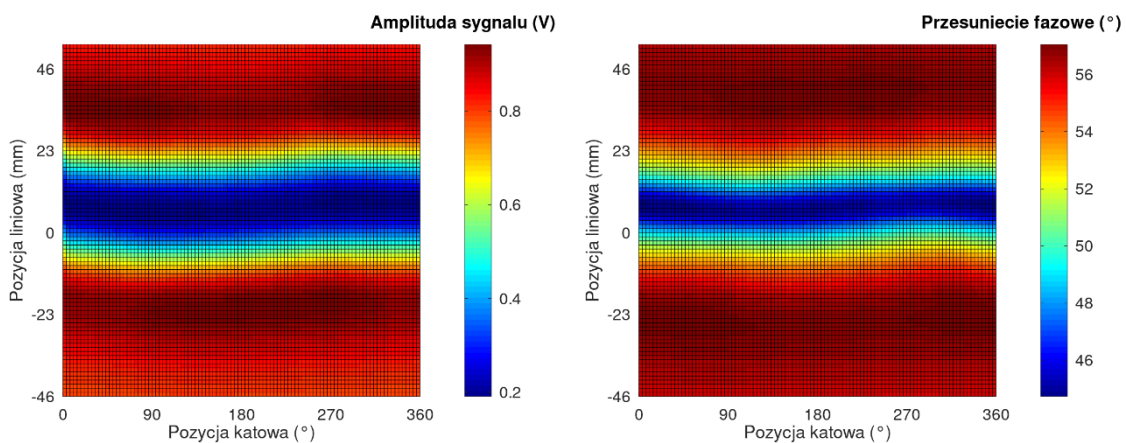




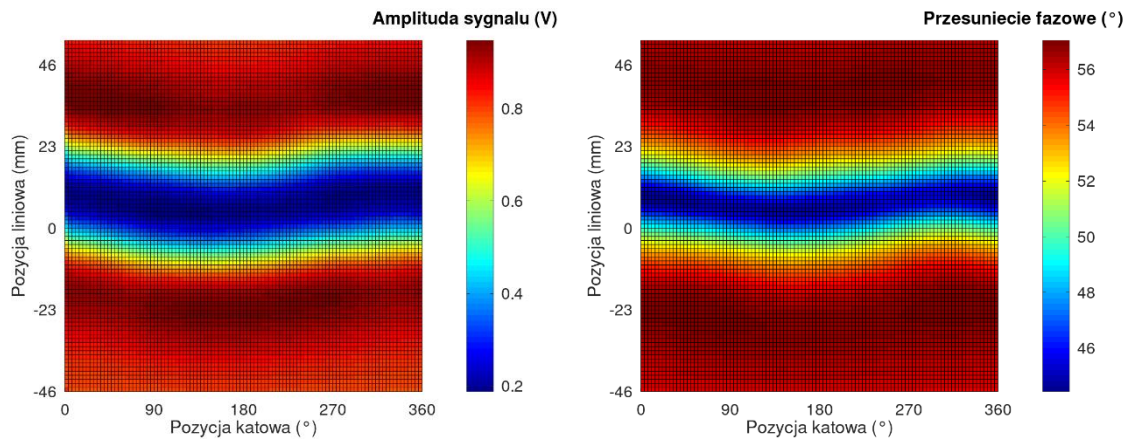
Rys. 4.15. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki miedzianej o wcięciu 2mm.



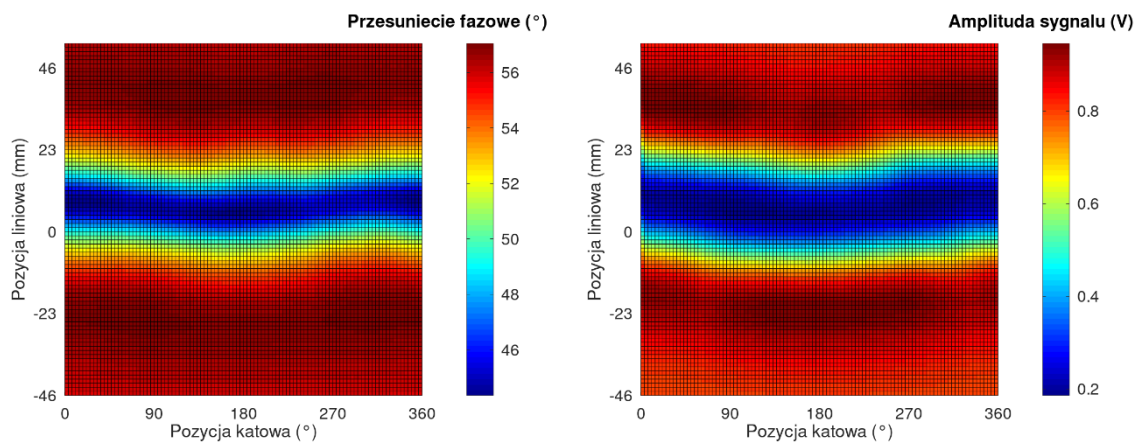
Rys. 4.16. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki miedzianej o wcięciu 4 mm



Rys. 4.17. Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki miedzianej o wcięciu 6 mm



Rys. 4.18 Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki miedzianej o wcięciu 8 mm.



Rys. 4.19 Wyniki pomiarów z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego dla próbki miedzianej o wcięciu 10 mm

Wyniki pomiarów próbek miedzianych wykazują znaczny wpływ parametrów materiału (zwłaszcza znacznie niższej wartości przenikalności magnetycznej), na uzyskiwane wyniki. Jednocześnie wpływ występowania nieciągłości oraz jej parametrów jest trudny do zaobserwowania. Przedstawione w literaturze [34] wyniki potwierdzają jednak możliwość wykrywania wtrąceń z materiałów ferromagnetycznych w próbkach diamagnetycznych. W dalszej pracy skupiono się przede wszystkim na próbkach wykonanych z materiałów ferromagnetycznych.

## 5. Tomograficzne przekształcenie proste

Tomograficzne przekształcenie proste polega na numerycznym opisie procesu pomiarowego. Na podstawie zadanego modelu obiektu uzyskiwane są wyniki, odpowiadające wynikom pomiarów tomograficznych dla takiego obiektu. Tomograficzne przekształcenie proste jest kluczowym narzędziem przy opracowywaniu metody tomograficznego przekształcenia odwrotnego.

### 5.1. Procedura modelowania

Procedura modelowania podczas realizacji tomograficznego przekształcenia prostego jest standardową procedurą wykorzystującą metodę elementów skończonych. Cały proces ma na celu odtworzenie wyników pomiaru, jakie uzyskane byłyby na stanowisku tomografu wiroprowadowego dla danego obiektu.

Modelowanie z wykorzystaniem metody elementów skończonych rozpoczyna się od opisu geometrii ciągłej analizowanego zagadnienia. W opracowanej procedurze tomograficznego przekształcenia prostego, geometria zagadnienia ulega zmianie w każdym kroku pomiarowym, co szczegółowo opisano w rozdziale 5.3. Z tego powodu, opis geometrii ciągłej realizowany jest automatycznie, z wykorzystaniem autorskiego skryptu opracowanego w środowisku Octave [77].

Procedura pomiaru z wykorzystaniem tomografu wiroprowadowego odtwarzana jest poprzez generowanie kolejnych siatek skończone elementowych, które odpowiadają kolejnym pozycjom liniowym i kątowym badanego elementu, co szczegółowo opisano w rozdziale 5.3.

Wynikiem pojedynczej symulacji jest rozkład indukcji pola magnetycznego w przestrzeni tomografu. Ze względu na fakt, że stosowane jest modelowanie magnetodynamiczne, indukcję pola magnetycznego w każdym elemencie skończonym można zapisać w postaci liczby zespolonej. Pole magnetyczne, które znajduje się w objętości modelu cewki pomiarowej, jest integrowane numerycznie, co odwzorowuje proces indukcji napięcia na cewce odbiorczej. Uzyskiwane są dane o składowej rzeczywistej i urojonej indukcji pola magnetycznego,  $B_{re}$  i  $B_{im}$ . Na ich podstawie można obliczyć wartość amplitudy  $A$  oraz przesunięcia fazowego  $P$  [65]:

$$A = \sqrt{(B_{re})^2 + (B_{im})^2} \quad (5.1)$$

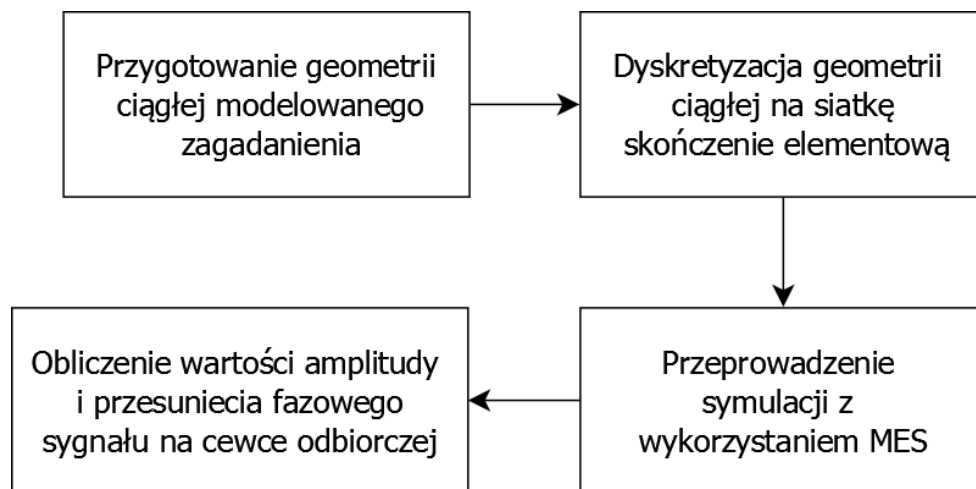
$$P = \arcsin\left(\frac{B_{im}}{\sqrt{(B_{re})^2 + (B_{im})^2}}\right) \quad (5.2)$$

Przy czym:

$B_{re}$  - składowa rzeczywista indukcji pola magnetycznego,

$B_{im}$  – składowa urojona indukcji pola magnetycznego.

Tomograficzne przekształcenie proste, ze względu na konieczność zmniejszenia kosztu obliczeniowego, realizowane jest tylko w wybranych punktach, co szczegółowo opisano w rozdziale 5.4. W każdym z tych punktów przeprowadzania jest symulacja dla określonej pozycji liniowej i kątowej obiektu. Symulacje w poszczególnych punktach pomiarowych są od siebie niezależne. Umożliwia to równoległe przeprowadzenie obliczeń, co znacząco przyspiesza realizację tomograficznego przekształcenia prostego. Cała procedura modelowania – przygotowanie siatki skończonej elementowej, modelowanie MES, analiza danych wyjściowych z symulacji jest realizowana na pojedynczym rdzeniu procesora. Rozdzielaniem obliczeń na poszczególne rdzenie procesora zarządza autorski skrypt opracowany w środowisku Octave. Odpowiada on również za zbieranie wartości  $A$  i  $P$  dla poszczególnych punktów pomiarowych.



Rys. 5.1. Schemat tomograficznego przekształcenia prostego [78]

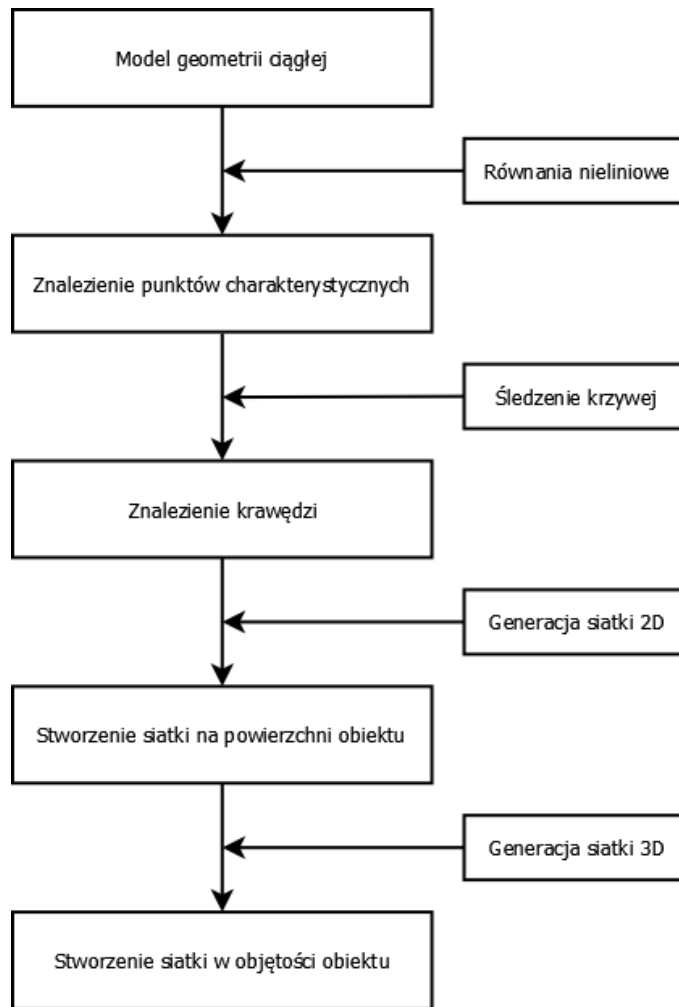
## **5.2. Wykorzystane oprogramowanie**

W ramach przygotowań od implementacji tomograficznego przekształcenia prostego niezbędny był wybór oprogramowania umożliwiającego jego realizację. Kluczowymi kryteriami dla dobieranego oprogramowania były, oprócz oczywistej możliwości realizacji zadanej funkcji, możliwość automatyzacji uruchomienia oraz dostępność na licencji open-source.

Automatyzacja wykonania programu umożliwiała pełne zautomatyzowanie procedury tomograficznego przekształcenia prostego, natomiast wykorzystanie oprogramowania na otwartej licencji zwiększa potencjał wdrożeniowy opracowanego rozwiązania. Licencja tego typu umożliwia komercyjne wykorzystanie wyników modelowania, bez konieczności ponoszenia dodatkowych kosztów.

### **5.2.1. Netgen**

Podstawową kwestią w przypadku rozwiązywania zagadnień z wykorzystaniem metody elementów skończonych jest odpowiednia dyskretyzacja modelu - przygotowanie siatki skończenie elementowej na podstawie opisu zadanej geometrii modelu. W ramach niniejszej pracy zdecydowano się na wykorzystanie otwartego oprogramowania Netgen 5.3 [79], opracowany przez zespół prof. J. Schöberla na Uniwersytecie Technicznym w Wiedniu. Program ten służy do generacji siatek skończenie elementowych zarówno w przypadku modelu dwuwymiarowego jak i trójwymiarowego. Rysunek 5.2 przedstawia ogólny algorytm postępowania podczas generacji siatki skończenie elementowej w modelu trójwymiarowym.



Rys. 5.2. Algorytm generacji siatki skończonej elementowej w modelu trójwymiarowym [79]

Do opisu geometrii ciągłej w oprogramowaniu Netgen, wykorzystywana jest technika CSG (ang. Constructive Solid Geometry), która bazuje na operacjach na podstawowych obiektach geometrycznych (kule, wałki, płaszczyzny itd.) [80]. Obiekty te mogą być poddawane podstawowym regularyzowanym operacjom logicznym – części wspólnej, sumie i różnicy [81].

Pierwszym krokiem w procesie automatycznej generacji siatki skończonej elementowej jest detekcja punktów charakterystycznych. Są to punkty, o największej i najmniejszej wartości współrzędnej w każdej z osi X, Y, Z dla każdego z obiektów. Drugą grupą punktów charakterystycznych są punkty przecięcia pomiędzy podstawowymi obiektami geometrycznymi, ze względu na występującą tam znaczną zmianę przebiegu krawędzi. Znalezienie punktów należących do danego obiektu o ekstremalnych wartościach współrzędnych jest zagadnieniem relatywnie prostym. Przypadki, gdy więcej niż jeden punkt posiada ekstremalną wartość współrzędnej (np. płaszczyzna ograniczająca walec jest

równoległa do dowolnej podstawowej płaszczyzny bazowego układu współrzędnych) są rozwiązywane poprzez zastosowanie warunków Karusha-Kuhna-Tuckera [82]. Punkty przecięcia pomiędzy obiektami są znajduwane za pomocą metody Newtona-Rapshona [83].

Po znalezieniu punktów charakterystycznych, algorytm rozpoczyna procedurę szukania krawędzi. Odbywa się to poprzez podążanie (za pomocą metody predyktor-korektor [84]) od każdego z punktów charakterystycznych do każdego z pozostałych punktów charakterystycznych należących do danego obiektu. Podczas podążania wzdłuż danej krawędzi, co pewien odcinek zapisywane są wartości współrzędnych punktów a następnie są dopasowywane do krzywej. Długość tego odcinka może być dobrana automatycznie albo ustalona przez operatora. W drugim przypadku określana maksymalna wartość tej długości, która przekłada się jednoznacznie na maksymalny rozmiar elementu w siatce skończenie elementowej.

Kolejnym krokiem jest tworzenie siatki skończenie elementowej na powierzchni każdego z obiektów. Oprogramowanie posiada zaimplementowane dwie bazowe metody – postępującego frontu [85] oraz triangulacji Delone [86].

Ostatnim krokiem tworzenia siatki jest poprawa jakości siatki, realizowana za pomocą dwóch podstawowych metod – zmiany koordynat węzłów oraz zmiany krawędzi pomiędzy węzłami. Obie metody są realizowane sekwencyjne w procedurze optymalizacji, w której funkcją celu jest minimalizacja wartości sumy funkcjonałów błędów dla poszczególnych elementów [79]:

$$E(\Omega) = \sum_{T \in \Omega} E(T) \quad (5.3)$$

gdzie [79]:

$$E(T) = \frac{1}{6^4 \sqrt{2}} \frac{(\sum_i l_i)^3}{Vol} + \sum_i \left( \frac{l_i}{h} + \frac{h}{l_i} - 2 \right) \quad (5.4)$$

Przy czym:

Vol - objętość elementu czworościennego,

$l_i$  - długość i-tej krawędzi elementu czworościennego,

h - długość krawędzi elementu czworościennego.

Pierwsza część (5.4) osiąga wysoką wartość przy elementach zbyt płaskich, natomiast druga przy zbyt dużych bądź zbyt małych elementach. Wartości stałych w (5.4) zostały tak dobrane, by element idealny (czworościan foremny) posiadał  $E(T) = 1$  [79].

### 5.2.2. ElmerFEM

Wykorzystywany w oprogramowaniu ElmerFEM moduł magnetodynamiczny służy do rozwiązywania równań Maxwella w formie  $\vec{A}$ -V, gdzie  $\vec{A}$  jest wektorem potencjału magnetycznego a V – wartością potencjału elektrycznego. Szczegółowy opis tego modelu przedstawiono w rozdziale 3.3 [62].

Równania (3.18) i (3.21) stanowią sformułowanie słabe równań Maxwella przy modelu  $\vec{A}$ -V. Na podstawie zadanych wymuszeń, parametrów materiału oraz warunków brzegowych obliczane są wartości wektora  $\vec{A}$  oraz potencjału V w każdym z elementów siatki skończenie elementowej. Obliczenia te są realizowane z wykorzystaniem optymalizacji liniowej bazującej na stabilizowanej metodzie gradientów bisprzężonych - BiCGSTAB (eng. biconjugate gradient stabilized method) [87]. Stanowi ona rozwinięcie metody gradientów bisprzężonych, a zbieżność rozwiązania uzyskiwana jest szybciej.

Uzyskane wartości  $\vec{A}$ -V są następnie przeliczane na potem na strumień indukcji magnetycznej w każdym z węzłów siatki oraz pole elektryczne. Na ich podstawie możliwe jest obliczenie wartości m.in. prądów wirowych w obiekcie przewodzącym (na podstawie prawa Ohma), natężenia pola magnetycznego oraz ilość wydzielonego ciepła (na podstawie prawa Joule'a – Lenza) [31].



### 5.3. Walidacja oprogramowania

Po doborze programów służących to modelowania zjawisk elektromagnetycznych przeprowadzono walidację poprawności ich działania. W tym celu wykonano dwa modele, które posiadają rozwiązanie analityczne wartości indukcji pola magnetycznego w określonych punktach – cewek Helmholtza [88] i cewki długiej (solenoid) [89].

Cewki Helmholtza to podstawowe narzędzie stosowane do generowania obszaru jednorodnego pola magnetycznego. Układ składa się z dwóch połączonych szeregowo współosiowych cewek o tej samej liczbie zwojów  $n$ , oddalonych od siebie na długość promienia każdej cewki  $R$ . W przypadku, gdy obie cewki są zasilane tym samym prądem  $I$ , wartość indukcji pola magnetycznego w punkcie leżącym na osi cewek i będącym równo oddalonym od każdej z nich można opisać wzorem [88, 90]:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 n I}{R} \quad (5.5)$$

Model cewki długiej stanowi przybliżenie cewki nieskończonej. Model ten opiera się na założeniu [90] że, przy odpowiednio dużym stosunku długości cewki do jej średnicy, efekty brzegowe (występujące na granicy cewka-powietrze) mają pomijalny wpływ na wartość i rozkład pola magnetycznego wewnątrz cewki. Wartość indukcji pola magnetycznego pośrodku cewki długiej o  $n$  zwojach, promieniu  $R$  i zasilanej prądem  $I$  wynosi [89, 90]:

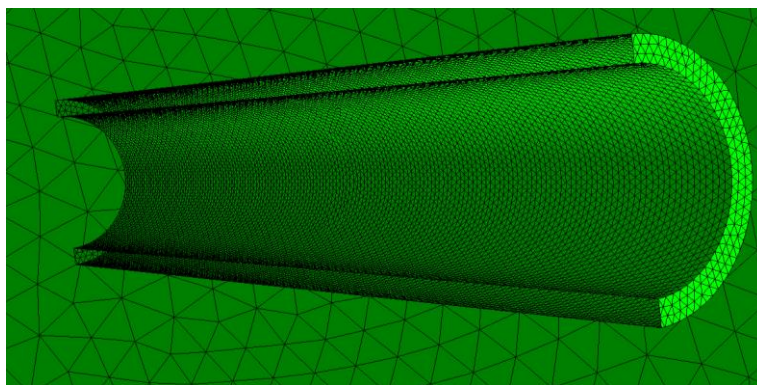
$$B = \frac{\mu_0 n I}{R} \quad (5.6)$$

Na potrzeby symulacji przygotowano model cewek Helmholtza, składający się z dwóch współosiowych cewek o średnim promieniu wynoszącym 0,9 m i o średniej odległości między cewkami wynoszącej również 0,9 m. Cewki umieszczono w sferze o promieniu 10m i środka w połowie odległości między cewkami. Sfera służyła do zadania warunku brzegowego Dirichleta a także do zapewnienia występowania elementów skończonych pomiędzy cewkami w celu obliczenia rozkładu pola magnetycznego w całym układzie. Siatkę modelu przedstawiono na rysunku 5.3. Każda z cewek składała się z 4482 elementów czworościennych, natomiast sferę tworzyło 9846 elementów. Stworzony model spełniał wszystkie wymagania stawiane cewkom Helmholtza – cewki były współosiowe, o identycznym promieniu oraz liczbie zwojów. Na potrzeby symulacji cewki wykonano jako pojedynczy zwój, przez który płynął zadany prąd.



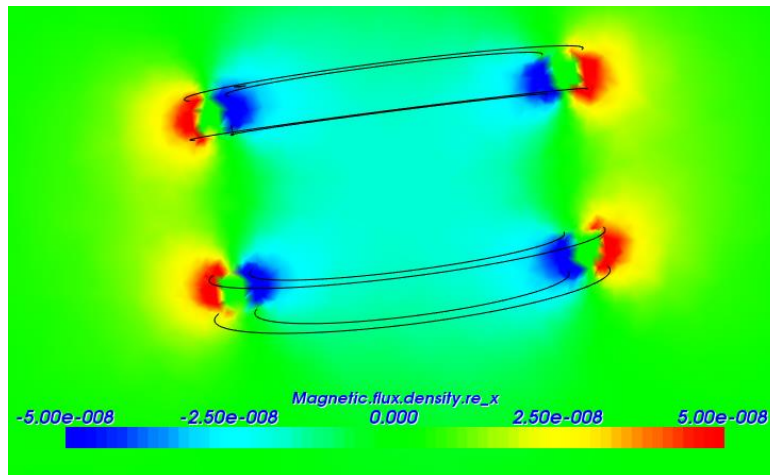
Rys. 5.3. Siatka wykorzystanego modelu cewek Helmholtza [91]

Na potrzeby symulacji przygotowano model jednozwojowej cewki długiej, składający się z jednej cewki o średnim promieniu wynoszącym 0,9 m i długości 10 m. Cewkę umieszczono w sferze o promieniu 10 m i środku w środku solenoidu. Siatkę modelu przedstawiono na rysunku 5.4. Cewka składała się z 17208 elementów czworokątnych, natomiast sferę tworzyło 18090 elementów. Stosunek długości cewki do jej średniego promienia wynosił 11, więc prawdziwym jest założenie o minimalizacji wpływu efektów brzegowych na jednorodność pola magnetycznego w środku cewki, tak jak w przypadku cewki nieskończonej.

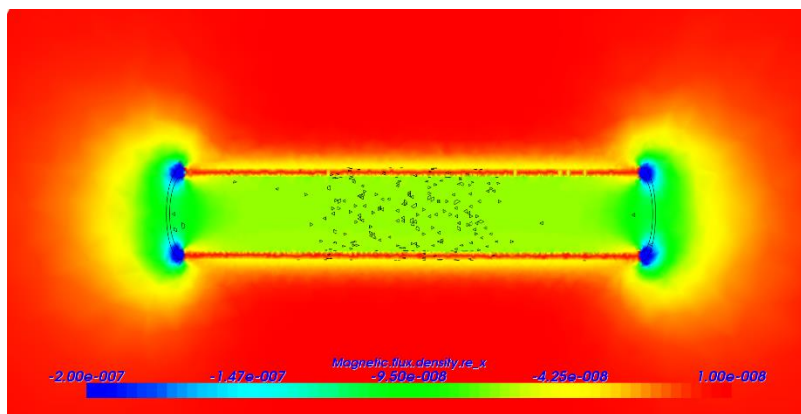


Rys. 5.4. Przekrój siatki modelu cewki długiej [91]

Wyniki rozkładu pola magnetycznego w płaszczyźnie, do której należy oś cewek Helmholtza przedstawiono na rysunku 5.5. Uzyskany rozkład wykazuje wysoką zgodność z rozkładami prezentowanymi w literaturze [90, 92]. Analogicznie wyniki rozkładu pola magnetycznego w płaszczyźnie, do której należy oś modelu cewki długiej przedstawiono na rysunku 5.6. Również widoczna jest znaczna zgodność z danymi literaturowymi, a także znaczna jednorodność pola wewnątrz cewki, co potwierdza poprawność przybliżenia cewki nieskończonej za pomocą modelu cewki długiej.



Rys. 5.5. Rozkład indukcji pola magnetycznego B w układzie cewek Helmholtza [91]



Rys. 5.6. Rozkład indukcji pola magnetycznego B w modelu cewki długiej [91]

Na podstawie (5.5) i (5.6) obliczono oczekiwaną (analityczną) wartość indukcji pola magnetycznego w punktach charakterystycznych obu modeli. Porównanie uzyskanych wyników z wynikami symulacji (wartością amplitudy pola magnetycznego w opisanych powyżej punktach charakterystycznych obu modeli), a także wartości błędu względnego modelowania przedstawiono w Tab. 5.1.

Tab. 5.1. Zestawienie wyników symulacji z wynikami analitycznymi [91]

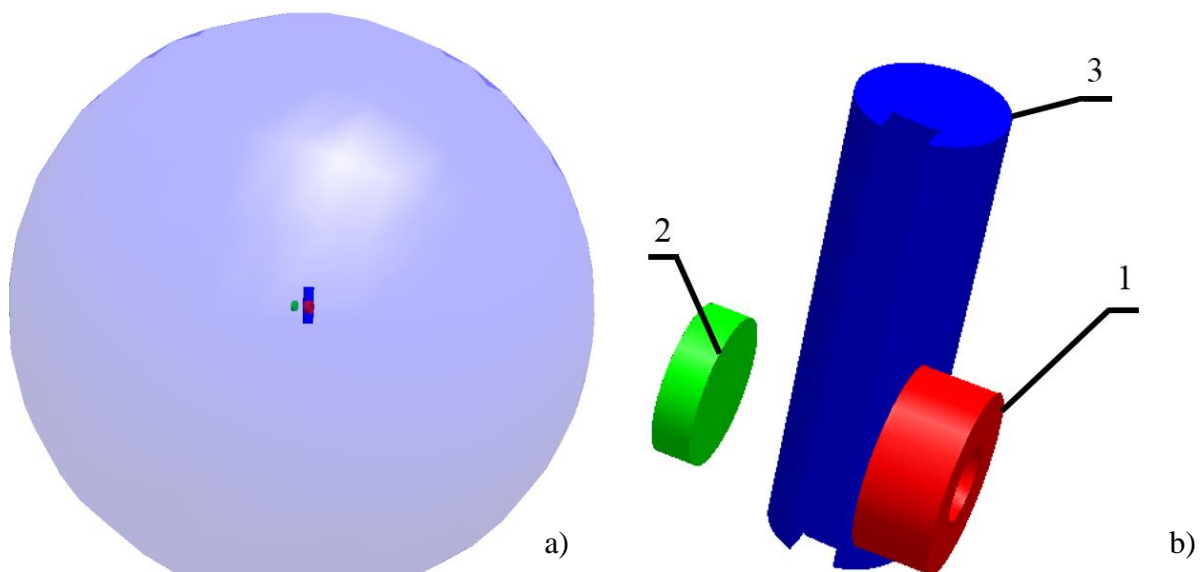
Analizowany model	Wartość indukcji pola uzyskana w sposób analityczny (nT)	Wartość indukcji pola uzyskana poprzez symulacje (nT)	Błąd całkowity (nT)	<b>Błąd względny</b>
Cewki Helmholtza	39,96	39,5	0,46	<b>1,16%</b>
Cewka długa	251	246	5	<b>2,11%</b>

Uzyskane wyniki symulacji są zbliżone do wartości analitycznych. Rozbieżności rzędu 2% są dopuszczalne przy modelowaniu metodą elementów skończonych i wynikają z przyjętego kryterium zbieżności oraz ograniczonych wymiarów elementów skończonych. Wyniki te potwierdzają poprawność implementacji solvera magnetycznego w wybranym oprogramowaniu.

#### 5.4. Generacja siatki

Tomograficzne przekształcenie proste, jak każda procedura wykorzystująca modelowanie numeryczne, wymaga odpowiednich założeń i uproszczeń. W przypadku tomografu wiroprowadowego zdecydowano się uprościć model stanowiska poprzez usunięcie elementów konstrukcyjnych oraz elementów zapewniających ruch badanego obiektu. Pełnione przez nie funkcje można zastąpić poprzez odpowiednie przygotowanie siatki, w której badany element będzie przyjmował odpowiednią pozycję liniową i kątową.

Model tomografu, który, bez znaczących strat informacji, został uproszczony do czterech obiektów, przedstawiono na rysunku 5.7.



Rys. 5.7. Przykładowy model tomografu wiroprowadowego wykorzystany w tomograficznym przekształceniu wprzód: a) – model z widoczną kulą zewnętrzną b) - przybliżenie na elementy w przykładowym modelu tomografu wiroprowadowego wykorzystanym w tomograficznym przekształceniu wprzód. 1 – cewka wymuszająca, 2 – cewka pomiarowa, 3 – model badanego obiektu

Cewka wymuszająca służy do wymuszania w modelu zmiennego pola elektromagnetycznego. Jej geometria również została uproszczona do jednego zwoju, co znacząco przyspiesza modelowanie, nie wnosząc jednocześnie znaczących zniekształceń przy modelowaniu rozkładu pola. Cewka pomiarowa została uproszczona, do postaci dysku współosiowego z cewką wymuszającą. Uproszczenie do tej postaci służy lepszemu odwzorowaniu procesu indukcji elektromagnetycznej. Model badanego obiektu jest umieszczany w kolejnych pozycjach liniowych i kątowych, odpowiadających położeniom obiektu podczas badań na stanowisku pomiarowym.

Kula zewnętrzna pełni dwie funkcje podczas modelowania. Pierwszą z nich jest zadawanie warunku brzegowego Dirichleta na jej zewnętrznej powierzchni [93]. Jest to niezbędne do poprawnego rozwiązania układu równań różniczkowych. Drugą funkcją kuli jest zapewnienie występowania elementów skończonych pomiędzy elementami tomografu, które odpowiadają przestrzeni wokół stanowiska i umożliwiają modelowania rozchodzenia się pola elektromagnetycznego w powietrzu pomiędzy podzespołami tomografu.

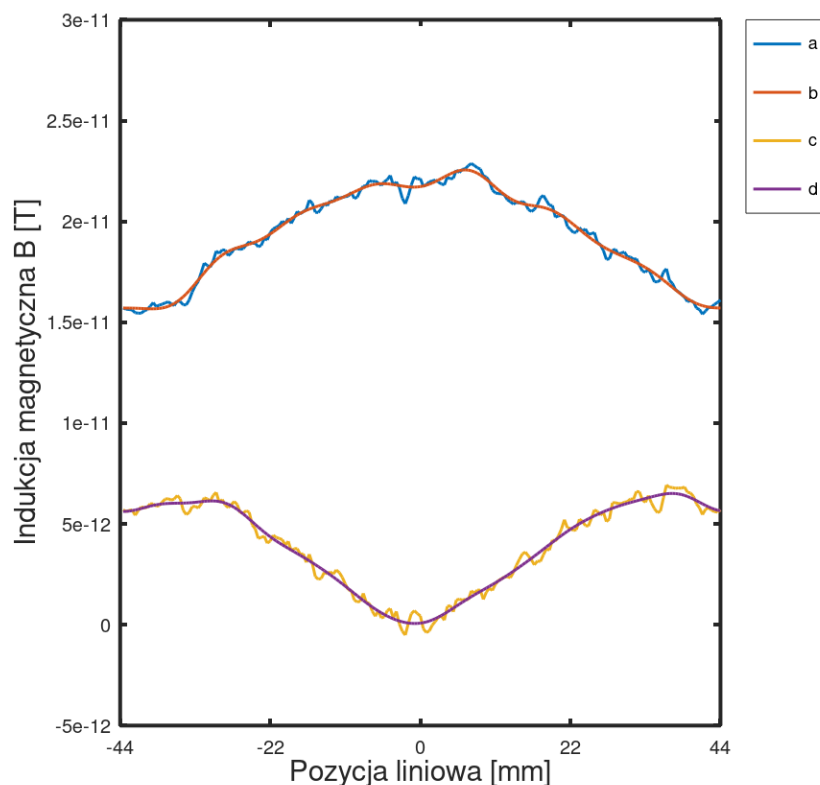
Każdy element uproszczonego modelu tomografu wymagał opisu w formie zrozumiałej dla programu generującego siatki. Jak wspomniano w rozdziale 4.2, do opisu geometrii wykorzystywane są podstawowe kształty przestrzenne, takie jak płaszczyzny,

walce, kule itd. Cewkę wymuszającą opisano za pomocą dwóch współosiowych walców ograniczonych płaszczyznami. Walec wewnętrzny (o mniejszej średnicy) jest wycinany z walca zewnętrznego, dzięki czemu uzyskiwany jest pierścień, odpowiadający modelowi cewki jednozwojowej. Cewkę odbiorczą opisano za pomocą pojedynczego walca ograniczonego dwoma płaszczyznami.

Każdy element modelu tomografu posiada wymiary zgodne z wymiarami rzeczywistego obiektu na stanowisku. Kolejną kwestią był dobór rozmiarów elementów skończonych zapewniających poprawność modelowania.

Kluczowy był dobór rozmiaru elementu czworościennego dla modelu obiektu. Zmniejszanie rozmiaru elementu skutkuje poprawą jakości modelowania rozkładu pola magnetycznego w obiekcie i zaburzeń wprowadzanych przez prądy wirowe, co przekłada się na zmniejszenie wpływu kryterium konwergencji, ale powoduje wzrost kosztu obliczeniowego. W celu doboru optymalnego rozmiaru elementu przeprowadzono badania, w których przeprowadzano tomograficzne przekształcenie proste dla modelu walca bez nieciągłości modelowej. Brak nieciągłości pozwolił na znaczne przyspieszenie obliczeń, ze względu na brak konieczności modelowania punktów pomiarowych związanych z pozycją kątową obiektu.

Uzyskane wartości części rzeczywistej i urojonej indukcji pola magnetycznego (zintegrowane numerycznie na cewce odbiorczej i obliczone za pomocą (5.1) i (5.2)) dla kolejnych pozycji liniowych obiektu, zostały poddane filtracji dolnoprzepustowej z wykorzystaniem filtru Butterwortha [94] o częstotliwości odcięcia 0,25 Hz. Przykładowy rozkład wartości indukcji pola dla kolejnych pozycji liniowych wraz w wynikiem działania filtru przedstawiono na rysunku 5.8



Rys. 5.8. Rozkład wartości części rzeczywistej i urojonej indukcji pola magnetycznego na cewce odbiorczej w kolejnych pozycjach liniowych obiektu: a – wartości składowej rzeczywistej indukcji pola magnetycznego, b - przefiltrowane wartości składowej rzeczywistej indukcji pola magnetycznego, c - wartości składowej urojonej indukcji pola magnetycznego, d – przefiltrowane wartości składowej urojonej indukcji pola magnetycznego

W celu oceny ilościowej jakości modelowania (szumów numerycznych) wprowadzono wskaźnik jakości określony jako średnia różnica pomiędzy wartością pola magnetycznego a wynikiem działania filtru Butterwortha w danym punkcie:

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^k \sqrt{(B_{pdst}(i) - B_{filtr}(i))^2}}{k} \quad (5.7)$$

Przy czym:

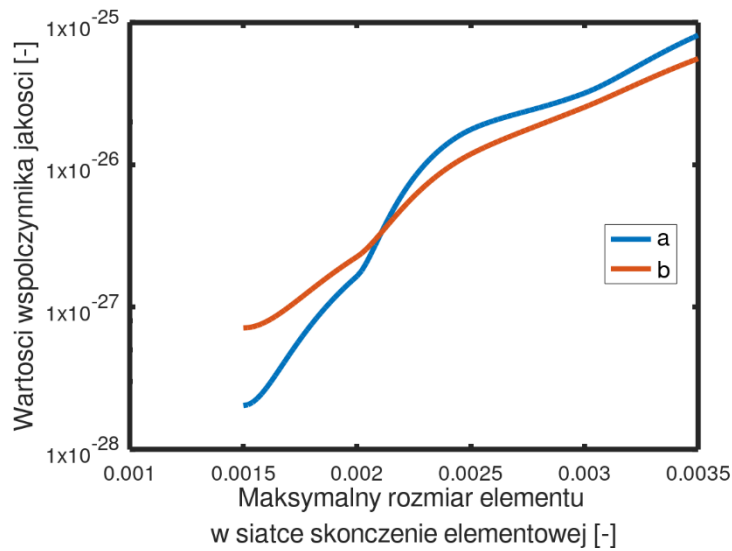
$B_{pdst}(i)$ – wartość indukcji pola magnetycznego dla  $i$ -tej pozycji liniowej,

$B_{filtr}(i)$ – przefiltrowana wartość indukcji pola magnetycznego dla  $i$ -tej pozycji liniowej,

$i$  – dana pozycja liniowa,

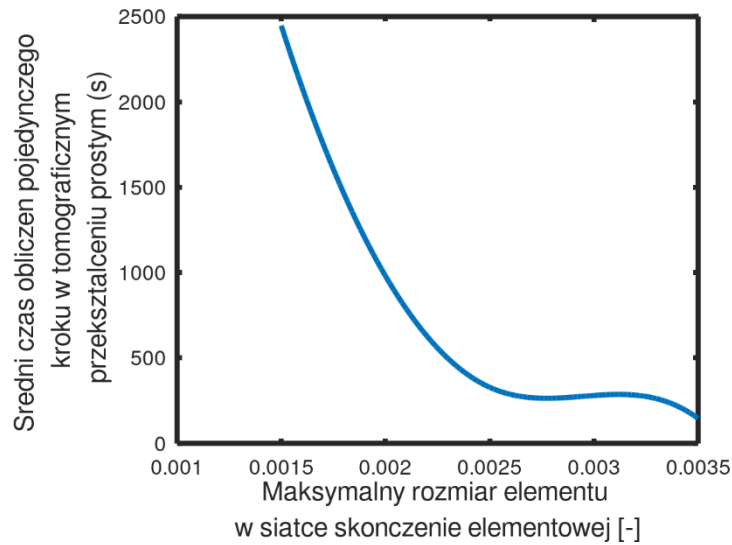
$k$  – łączna ilość pozycji liniowych.

Zależność wartości wskaźnika jakości modelowania określonego zależnością (5.7) od rozmiaru elementu skończonego w modelu badanego obiektu przedstawiono na rysunku 5.9, natomiast średni czas obliczenia pojedynczego punktu w przekształceniu prostym przedstawiono na rysunku 5.10. Uzyskane rezultaty potwierdzają założenia – zmniejszenie rozmiaru elementu skończonego (wzrost gęstości siatki) skutkuje poprawą jakości modelowania oraz wzrostem czasu obliczeń. Na podstawie uzyskanych wyników określono optymalny rozmiar elementu skończonego modelu obiektu badanego na 0,02 mm. Wyniki przekształcenia prostego dla pojedynczego przejazdu obiektu cylindrycznego bez nieciągłości przedstawiono na rysunku 5.11

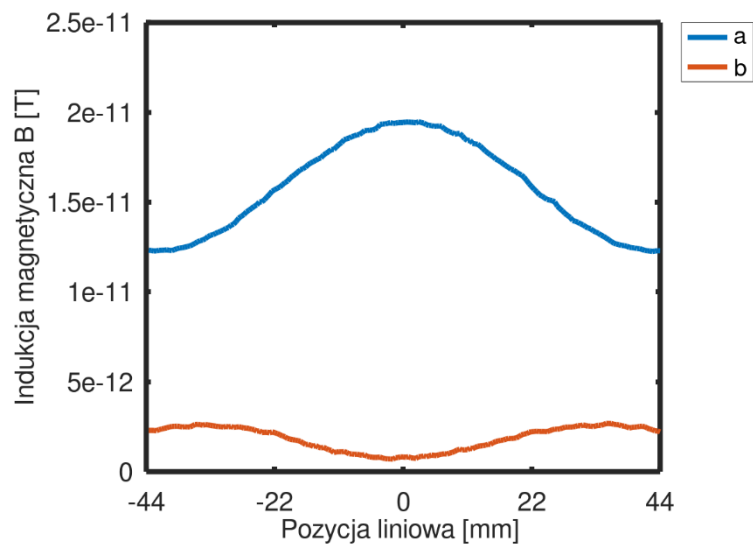


Rys. 5.9. Zależność współczynnika jakości (określonego zależnością 5.7) od rozmiaru elementu w siatce skończenie elementowej: a) – współczynnik jakości dla  $B_{re}$ , b) – współczynnik jakości dla  $B_{im}$



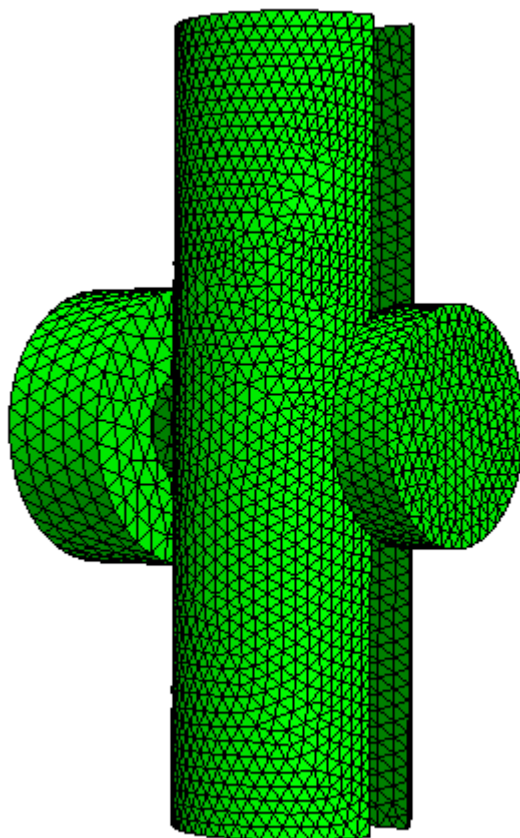


Rys. 5.10. Zależność czasu obliczeń od rozmiaru elementu w siatce skończenie elementowej.



Rys. 5.11. Przykładowy rozkład wartości indukcji pola magnetycznego na cewce odbiorczej w kolejnych pozycjach liniowych obiektu: a) – wartość składowej rzeczywistej, b) – wartość składowej urojonej

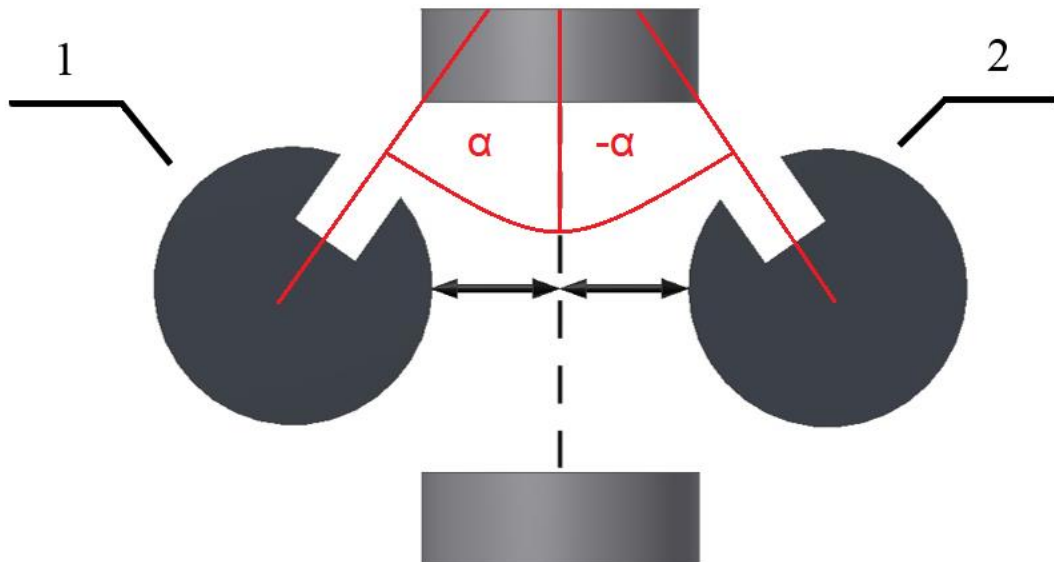
Zgodnie z [61], do poprawnego odtworzenia przepływu prądu w przewodniku jakim jest model cewki, niezbędne jest uzyskanie przynajmniej dwóch warstw czworościennych elementów skończonych, które na siebie nachodzą. Ze względu na relatywnie niski koszt obliczeniowy, związany z zagęszczaniem siatki modelu cewki wymuszającej, a także uniknięcie powstawania zdegenerowanych elementów [95] pomiędzy modelem cewki a modelem obiektu, zdecydowano się na ustawienie rozmiaru elementu skończonego na identyczny z rozmiarem elementu obiektu, czyli 0,02 mm. Analogicznie postąpiono z rozmiarem elementu skończonego w cewce odbiorczej. Przykładowy widok siatki skończenie elementowej modelu tomografu wiroprowadowego przedstawiono na rysunku 5.12.



Rys. 5.12. Widok przykładowej siatki skończenie elementowej wykorzystywanej przy realizacji tomograficznego przekształcenia prostego

## 5.5. Optymalizacja tomograficznego przekształcenia prostego

Optymalizacja tomograficznego przekształcenia prostego, polegała za zmniejszeniu ilości punktów pomiarowych, w których przeprowadzana jest symulacja MES. Algorytm bazuje na selekcji punktów charakterystycznych, poprzedzonej selekcją środka symetrii wyników. Dane przedstawione na w rozdziale 4.3 mają wyraźny punkt, względem, którego wyniki są symetryczne. Jest to związane z samą geometrią tomografu a wizualne wyjaśnienie symetrii wyników względem punktu przedstawiono na rysunku 5.13. Przedstawiono na nim poglądowo badany obiekt w dwóch pozycjach w równej odległości względem osi cewek. Przy założeniu, że w punkcie pomiarowym 1 wcięcie w obiekcie było pod kątem  $\alpha$  względem osi cewek, identyczny sygnał na cewce pomiarowej wystąpi, gdy w pozycji 2 wcięcie będzie pod kątem  $-\alpha$ .



Rys. 5.13. Wyjaśnienie symetrii wyników względem punktu [96]

Selekcja punktów charakterystycznych bazuje na autorskim algorytmie dyskretnej optymalizacji liniowej z losowo generowanym stanem początkowym. Algorytm operuje na rzeczywistych wynikach pomiarów – przedstawionych w rozdziale Polega on na określeniu współrzędnych punktów pomiarowych z których wynik interpolacji krzywą B-sklejaną [97] daje najlepsze (o najmniejszej wartości błędu średniokwadratowego) odwzorowanie względem wyników pomiaru. Wybór interpolacji krzywą B-sklejaną zamiast interpolacji wielomianem był spowodowany koniecznością uniknięcia znaczących oscylacji przy wykorzystaniu wielu węzłów. Opracowany algorytm nie byłby obciążony efektem Rungego [98] ze względu na

zmienną odległość między węzłami interpolacji, jednak znaczne oscylacje występujące pomiędzy węzłami mogłyby doprowadzić do małej wiarygodności uzyskanych wyników.

Początkowe współrzędne są losowane, przeprowadzana jest interpolacja i liczony jest podstawowy wskaźnik dopasowania MSE [99]:

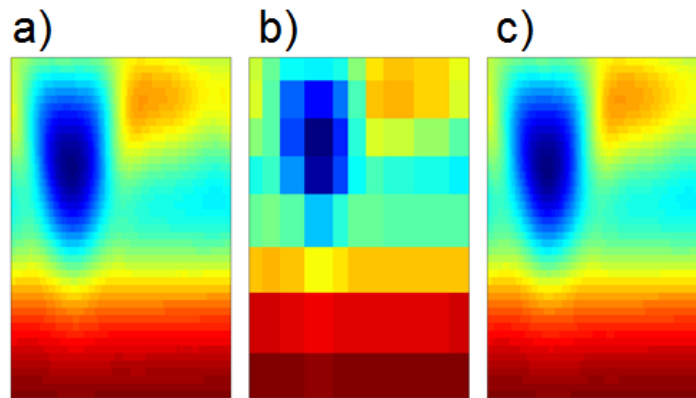
$$MSE = \frac{\sum_{w=1}^{88} \sum_{k=1}^{101} (R_{w,k} - I_{w,k})^2}{8700} \quad (5.39)$$

Przy czym:

$R_{w,k}$  – rzeczywista wartość parametru w komórce (w, k),

$I_{w,k}$  – wartość parametru w komórce (w, k) uzyskana na podstawie interpolacji.

Następnie zmieniana (inkrementowana lub dekrementowana) jest pierwsza współrzędna punktu, wyniki są interpolowane i następuje porównanie wskaźników dopasowania – podstawowego i obecnego. W przypadku uzyskania poprawy dopasowania (zmniejszenia błędu średniokwadratowego) sprawdzany indeks jest dalej inkrementowany a wartość obecnego wskaźnika dopasowania jest przepisywana do podstawowego wskaźnika dopasowania. W przypadku braku poprawy wskaźnika, algorytm przechodzi do optymalizacji współrzędnej kolejnego punktu w sposób analogiczny do opisanego powyżej. Przykładowe wyniki algorytmu przedstawiono na rysunku 5.14. Intensywność koloru przedstawia znormalizowaną (w zakresie od 0 do 1) wartość amplitudy sygnału pomiarowego w funkcji położenia liniowego (oś Y) i kąтового badanego obiektu (oś X). Lewy wykres przedstawia oryginalne wyniki pomiarów, po przeprowadzeniu detekcji punktu symetrii. Środkowy wykres przedstawia wartości z wyselekcjonowanych punktów charakterystycznych, a lewy wyniki interpolacji krzywą B-sklejaną. Wyniki interpolacji wskazują wysoką zgodność z wynikami pomiarów – średni błąd wynosi 0,17% przy ponad 100-krotnie zmniejszonej liczbie punktów pomiarowych.

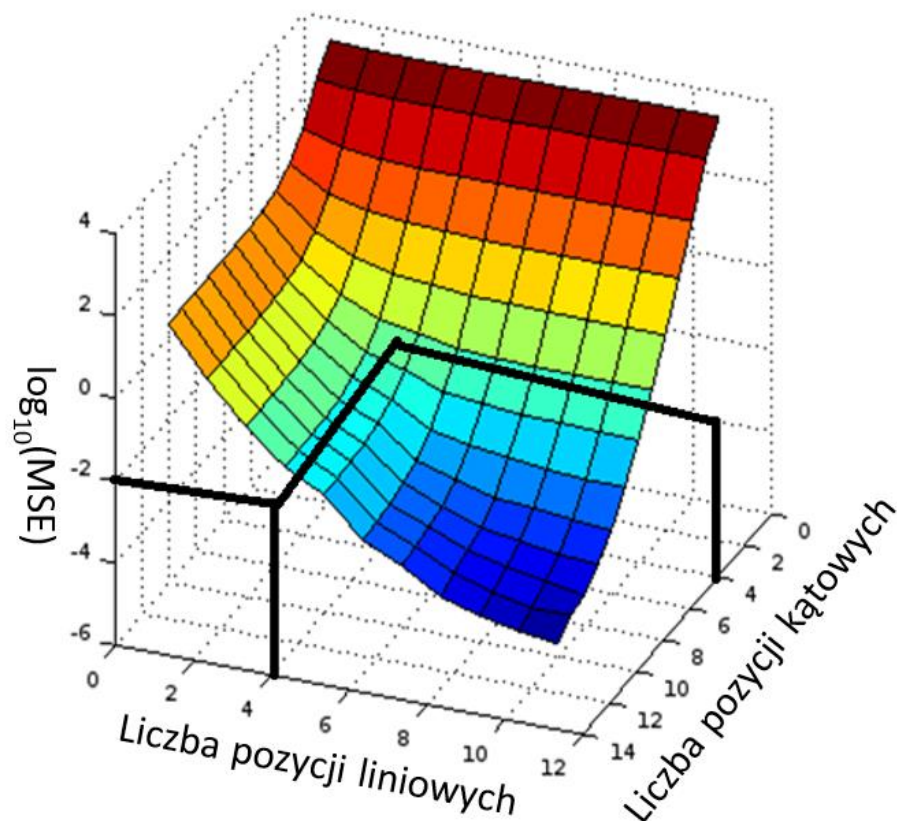


Rys. 5.14. Wyniki działania algorytmu selekcji punktów charakterystycznych na przykładzie wartości pomiaru amplitudy. a) – dane przycięte do punktu symetrii, b) – dane w wybranych punktach charakterystycznych, c) – wynik interpolacji dla danych b) [96]

Istotną wadą opisanego algorytmu jest bazowanie na metodzie gradientu, która skutkuje możliwością utknięcia w minimum lokalnym i niemożnością osiągnięcia minimum globalnego. Problem ten rozwiązano, poprzez wielokrotną iterację algorytmu, dzięki czemu możliwe jest osiągnięcie minimum globalnego poprzez wybór najlepszego dopasowania z kolejnych iteracji algorytmu.

Jakość interpolacji będzie rosła wraz z ilością punktów, z których odtwarzany jest przebieg, analogicznie jak twierdzeniu Stone’a – Weierstrassa [100]. Istnieje jednak ryzyko, że zwiększenie ilości węzłów spowoduje interpolację z danych będących szumem pomiarowym. Dodatkowo będzie to skutkowało wzrostem kosztu obliczeniowego dla pojedynczego przekształcenia prostego.

Przeprowadzono badania jakości interpolacji (wartości najmniejszego uzyskanego MSE) w zależności od ilości węzłów [99]. Na rysunku 5.15 przedstawiono zależność logarytmu dziesiętnego ze wskaźnika dopasowania w funkcji liczby pozycji liniowych i kątowych, z których interpolowano dane.



Rys. 5.15. Wartości  $\log_{10}(\text{MSE})$  w funkcji ilości punktów, z których interpolowano dane pomiarowe oraz wizualizacja doboru optymalnej ilości punktów [99]

Uzyskane wyniki potwierdzają założenie o poprawie jakości dopasowania wraz ze zwiększeniem ilości punktów wykorzystywanych do interpolacji. Warto jednak zauważyć, że znaczne zwiększenie liczby punktów tylko w jednej osi (pozycji liniowych lub pozycji kątowych) daje dużo mniejszą poprawę dopasowania niż w przypadku równomiernego zwiększania liczby punktów w obu osiach.

Oprócz zwiększenia kosztu obliczeniowego tomograficznego przekształcenia prostego, zwiększenie ilości punktów, z których interpolowane są wyniki, może skutkować poszukiwaniem przez algorytm optymalizujący wartości będących szumem pomiarowym. Z tego względu zaproponowanym kryterium wyboru liczby punktów interpolacji było porównanie jakości interpolacji z powtarzalnością pomiarową stanowiska badawczego, która wynosi 1%. Wizualizację tego kryterium również przedstawiono na rysunku 5.15.

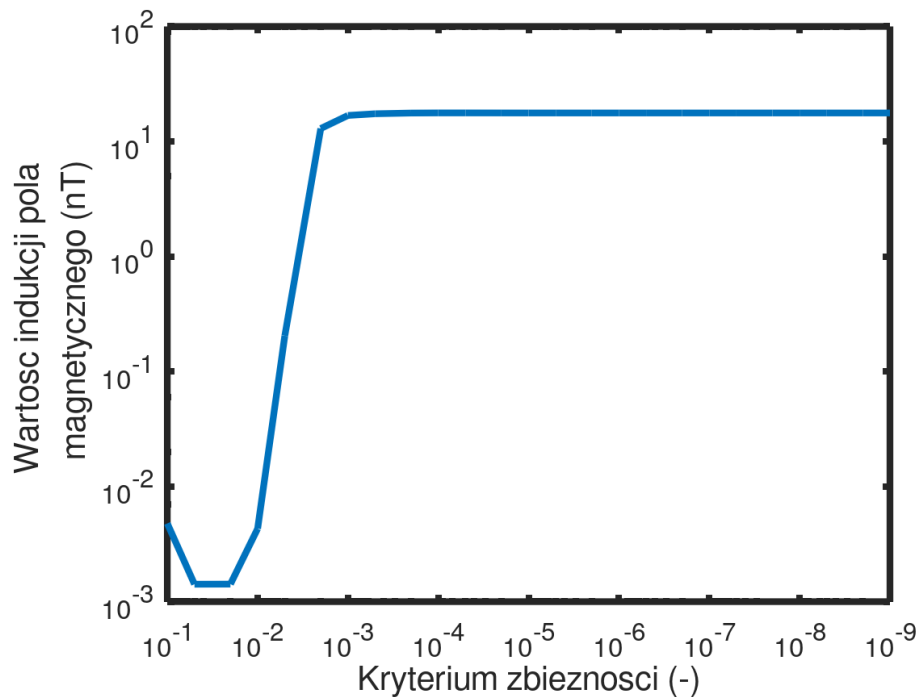
Przeprowadzono również dobór kryterium zbieżności solvera magnetydynamicznego na dokładność uzyskiwanych wyników oraz czas obliczeń. W badaniach wykorzystano omawiany wcześniej model cewek Helmholtza. Zmienianym parametrem było kryterium

zbieżności. Za wynik symulacji przyjęto, analogicznie jak przy walidacji oprogramowania opisanej powyżej, wartość indukcji pola magnetycznego pośrodku modelu układu cewek Helmholtza. Dodatkowo rejestrowano czas obliczeń solvera. Kryterium zbieżności zmieniano w sposób logarytmiczny w zakresie od  $10^{-1}$  do  $10^{-9}$ , przy czym na każdą dekadę przypadały trzy wartości.

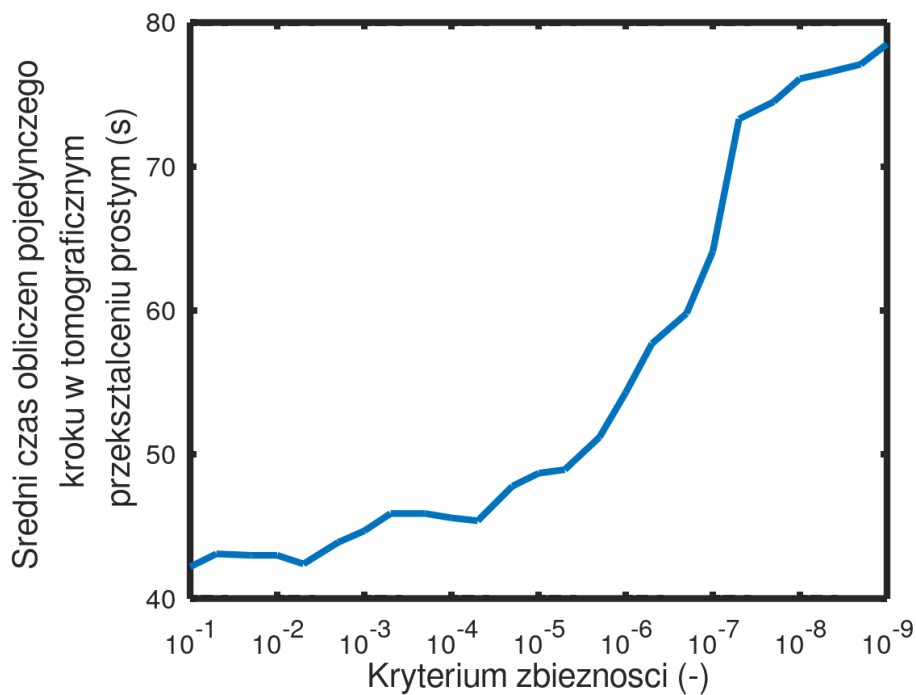
Badane kryterium zbieżności jest informacją dla solvera, jaka różnica pomiędzy kolejnymi iteracjami algorytmu optymalizacji jest dopuszczalna. Przyjmuje się, że mniejsza wartość kryterium skutkuje uzyskaniem dokładniejszego rozwiązania, jednak osiągnięcie bardzo małych różnic pomiędzy kolejnymi przybliżeniami wymaga większej ilości iteracji, co skutkuje wzrostem kosztu obliczeniowego.

Uzyskane wyniki, przedstawione na rysunkach 5.16 i 5.17, potwierdzają omówiony powyżej wpływ kryterium zbieżności na wyniki i czas modelowania MES. Początkowe (w zakresie  $10^{-1} - 5 \cdot 10^{-3}$ ) uzyskane wartości indukcji pola magnetycznego wykazują przypadkowy charakter zmian i znacząco odbiegają od oczekiwanej (obliczonej w sposób analityczny) wartości. Jednocześnie dla tych wartości kryterium zbieżności czas obliczeń jest niemal zerowy. Algorytm optymalizujący wykonuje pojedyncze iteracje. Dopiero dalsze zmniejszanie (od wartości  $10^{-3}$ ) kryterium zbieżności prowadzi do osiągnięcia wiarygodnych i powtarzalnych wyników. Wpływa to jednak wyraźnie na czas obliczeń.

Na podstawie przeprowadzonych badań określono optymalne kryterium zbieżności solvera zarówno pod kątem poprawności modelowania jak i wydajności obliczeniowej – jest to wartość  $5 \cdot 10^{-6}$ , przy której uzyskany wynik zgadza się z analitycznym a czas obliczeń jest akceptowalny. Dalsze zmniejszanie kryterium zbieżności skutkowałoby jedynie wzrostem kosztu obliczeniowego, bez zauważalnej poprawy jakości modelowania. Analizując wykres przedstawiony na rysunku 5.15 można przyjąć większą wartość kryterium zbieżności, jednak należy uwzględnić, że badania przeprowadzono na relatywnie prostym modelu, natomiast tomograficzne przekształcenie proste jest modelem o złożonej geometrii.



Rys. 5.16. Zależność uzyskanej wartości indukcji pola magnetycznego w środku modelu układu cewek Helmholtza od kryterium zbieżności solvera

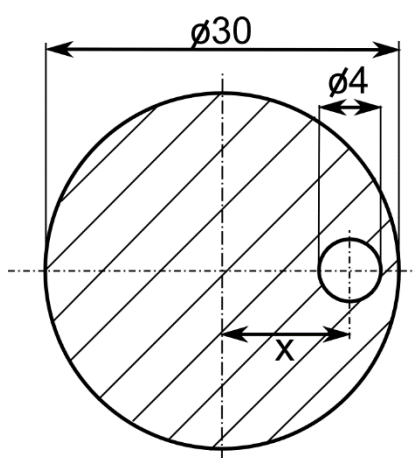


Rys. 5.17. Czas obliczeń MES w zależności od kryterium zbieżności



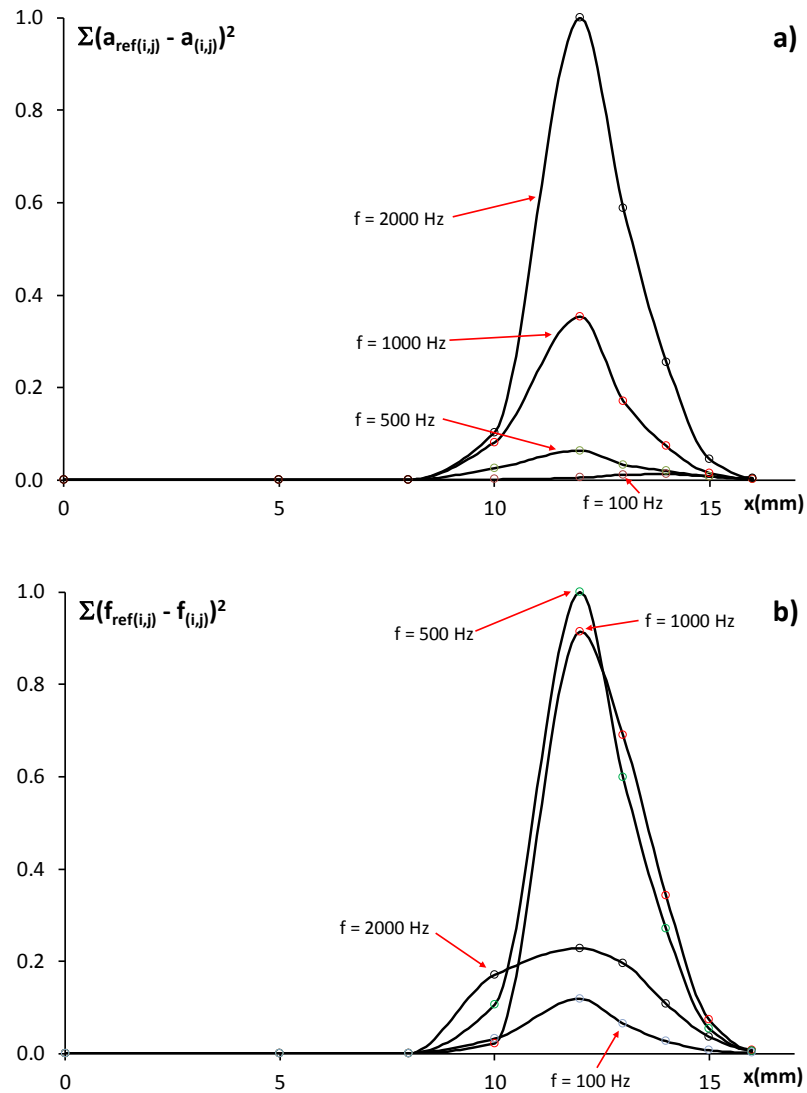
## 5.6. Analiza czułości

Przeprowadzono analizę czułości układu tomografu wiroprowadowego pod kątem wykrywalności nieciągłości podpowierzchniowych. Za pomocą tomograficznego przekształcenia prostego odtworzono wyniki pomiarów dla modelu stalowego wałka o średnicy 30 mm w którym wykonano nieciągłość modelową w postaci cylindrycznego mimośrodowego otworu przelotowego o średnicy 4mm, znajdującego się w odległości  $x$  mm od środka obiektu, co przedstawiono na rysunku 5.18. [101]



Rys. 5.18. Widok przekroju modelu wykorzystywanego przy analizie czułości [101]

Analizę czułości przeprowadzono poprzez porównanie wyników tomograficznego przekształcenia prostego dla modelu pełnego wałka (bez defektu) z wynikami uzyskanymi dla modelu z nieciągłością. Analizę przeprowadzono dla następujących częstotliwości wymuszeń: 100, 500, 1000 i 2000 Hz. Uzyskane wyniki znormalizowanych suma kwadratów różnic amplitudy i przesunięcia fazowego dla kolejnych wartości  $x$  przedstawiono na rysunku 5.19



Rys. 5.19. Wyniki badania czułości układu tomografu wiroprowadowego:

a) - znormalizowane sumy kwadratów różnic amplitudy sygnału, b) - znormalizowane sumy kwadratów różnic wartości przesunięcia fazowego [101]

Uzyskane wyniki pokazują, że przedstawiony układ tomografu wiroprowadowego umożliwia wykrywanie nieciągłości podpowierzchniowych maksymalnie do głębokości 8mm od krawędzi obiektu. nieciągłości znajdujące się głębiej nie wpływają na uzyskane sygnały.

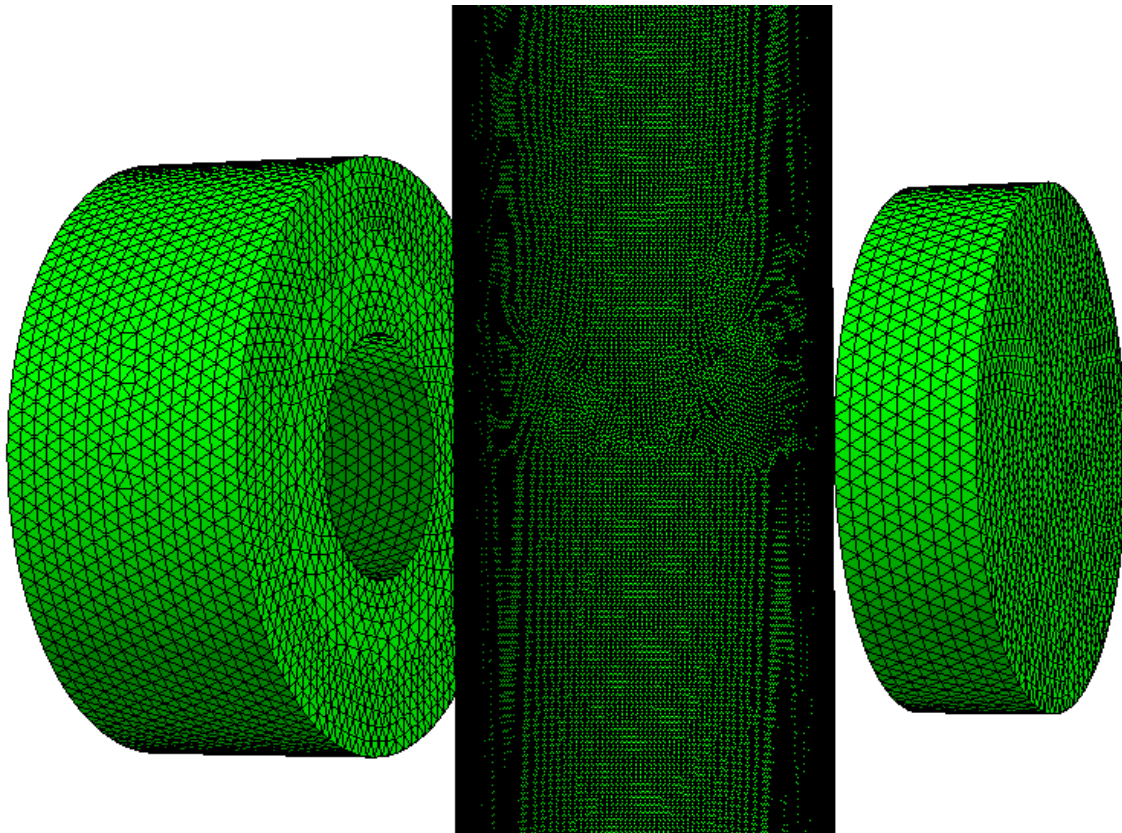
Zależność czułości amplitudy sygnału pomiarowego od częstotliwości rośnie w całym badanym zakresie, natomiast czułość przesunięcia fazowego osiąga maksimum dla częstotliwości poniżej 1 kHz. Na tej podstawie można określić optymalną częstotliwość wymuszenia tomografu wiroprowadowego do badań stalowych próbek osiowosymetrycznych na 1 kHz. Jest to wartość stanowiąca kompromis pomiędzy optimum czułości amplitudowej i fazowej.

## 5.7. Przykładowe rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego

Na podstawie metody realizowania tomograficznego przekształcenia prostego, opisanej w rozdziale 5.1 oraz wykorzystując oprogramowanie opisane w rozdziale 5.2, opracowano oprogramowanie realizujące tomograficzne przekształcenie proste dla wybranych geometrii. Poniżej przedstawiono przykładowe rezultaty, dla próbek o identycznych parametrach jak próbki badane, opisane w rozdziale 4.2.

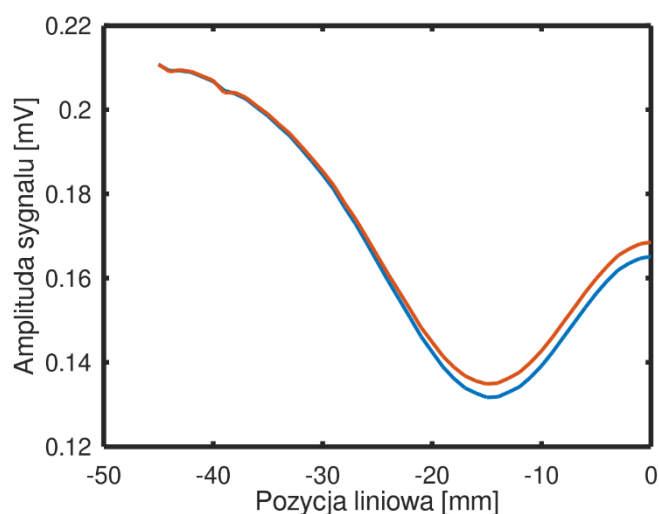
### 5.7.1. Rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki tulejowej

Ze względu na znaczny stosunek wysokości próbki do grubości jej ścianek niezbędne było opracowanie znacznie gęstszej siatki. W innym wypadku uzyskane elementy w siatce skończenie elementowej byłyby znacząco zdegenerowane (odbiegające kształtem od czworoboków foremnych), co skutkowało by niedokładnymi wynikami modelowania. Model badanego obiektu składał się z 775 000 elementów, model cewki pomiarowej tworzyło 47 200 elementów a cewki wymuszającej – 101 300. Przykładową siatkę skończenie elementową przedstawiono na rysunku 5.20.

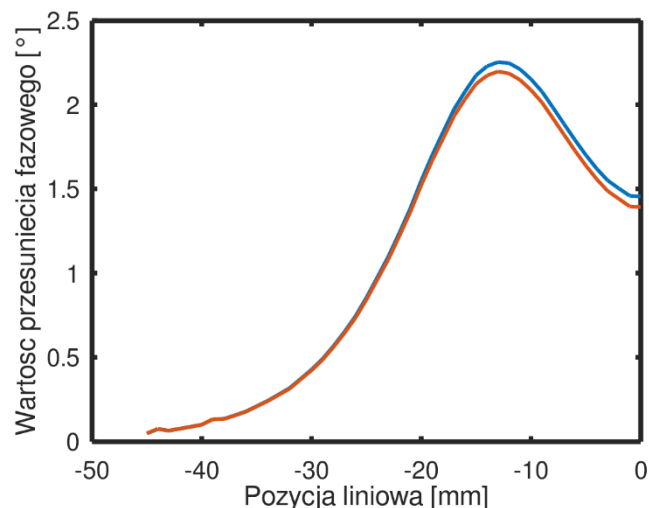


Rys. 5.20. Przykładowa siatka elementowa wykorzystywana przy tomograficznym przekształceniu prostym dla próbki o kształcie tulei [65]

Ze względu na pełną symetrię osiową badanej próbki, symulacje, analogicznie jak pomiary opisane w rozdziale 4.3.1, przeprowadzono nie uwzględniając obrotu próbki. Dodatkowo ograniczono zakres przesuwu liniowego próbki – punkt początkowy znajdował się w odległości 45 mm od osi cewek, natomiast punktem końcowym było przecięcie się osi próbki z osią cewek. Tomograficzne przekształcenie proste przeprowadzono dla próbek o dwóch różnych wartościach względnej przenikalności magnetycznej – 80 i 100. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunkach 5.21 i 5.22



Rys. 5.21. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego – wartości napięć zaindukowanych w cewce pomiarowej. Niebieską linią zaznaczono wyniki dla próbki o względnej przenikalności magnetycznej wynoszącej 100 a zieloną dla próbki o względnej przenikalności magnetycznej wynoszącej 80 [65]

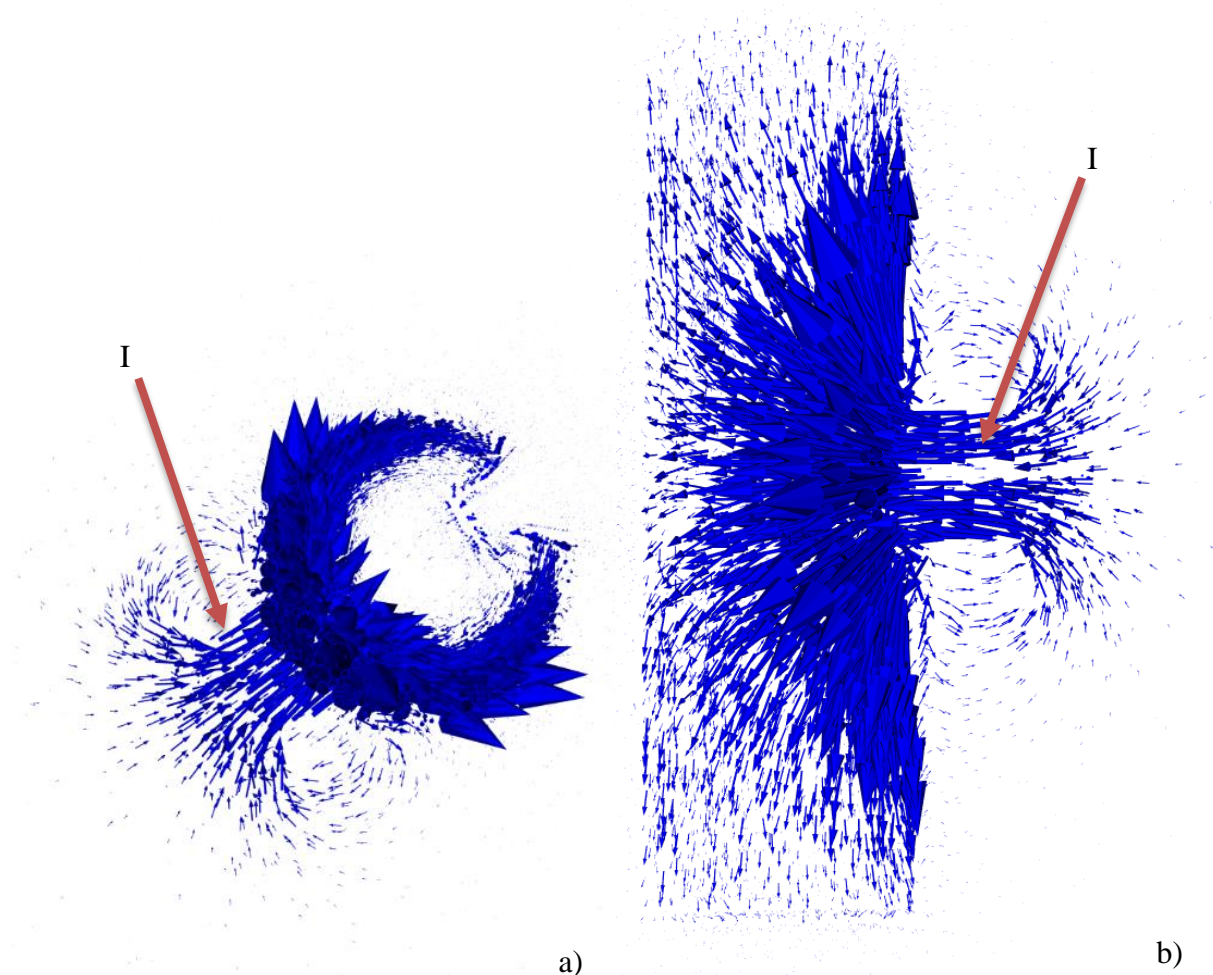


Rys. 5.22. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego – wartości przesunięcia fazowego sygnału. Niebieską linią zaznaczono wyniki dla próbki o względnej przenikalności magnetycznej wynoszącej 100 a zieloną dla próbki o względnej przenikalności magnetycznej wynoszącej 80 [65]

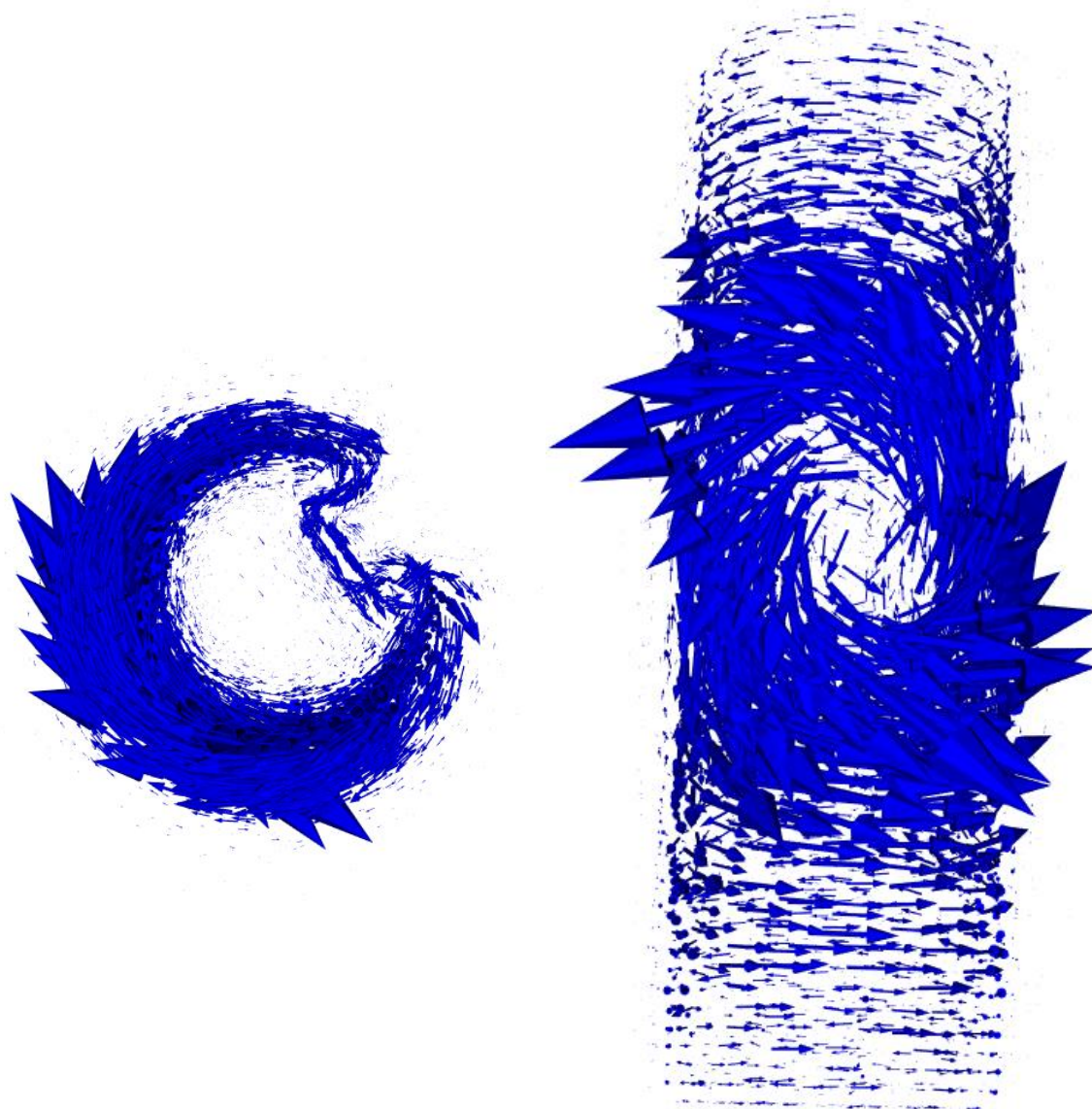
Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki tulejowej wykazują dużą zgodność kształtu w porównaniu z wynikami pomiarów próbki o takiej samej geometrii przedstawionymi na rysunkach 4.7 i 4.8. Uzyskiwane wartości liczbowe dla modelu i pomiaru różnią się. Różnica wyników amplitudy sygnału pomiarowego spowodowana jest zasilaniem cewki nadawczej prądem jednostkowym oraz pojedynczymi uzwojeniami w modelach obu cewek w układzie tomografu. Wyniki przesunięcia fazowego uzyskiwane w tomograficznym przekształceniu prostym są zaniżone w odpowiadających punktach pomiarowych o  $57^\circ$  względem wyników pomiarów. Jest to spowodowane wpływem układu kondycjonującego sygnał pomiarowy, opisanego w rozdz. 4.1. Aby móc porównywać wyniki pomiarów tomograficznego przekształcenia prostego z wynikami pomiarów, niezbędne jest przeprowadzenie normalizacji uzyskanych danych.

### 5.7.2. Rezultaty tomograficznego przekształcenia prostego dla próbek z nieciągłością wzorcową

Na rysunkach 5.19 i 5.20 przedstawiono wyniki modelowania MES dla pojedynczego punktu pomiarowego. Graficzna wizualizacja rozkładu prądów wirowych oraz indukcji magnetycznej pozwala, na wstępne określenie poprawności dokonanych obliczeń MES. Wektory indukcji pola magnetycznego przedstawione na rysunku 5.23 wykazują największe zagęszczenie wewnątrz obszaru cewki wymuszającej (obszar I). Widoczne jest również zjawisko naskórkowości wnikania pola magnetycznego oraz fakt, że linie pola magnetycznego się domykają. Potwierdza to poprawność implementacji równania Gaussa (3.11) w wykorzystanym oprogramowaniu.



Rys. 5.23. Rozkład wektorów indukcji pola magnetycznego w obszarze tomografu:  
a) - widok od góry elementu, b) – widok z boku elementu

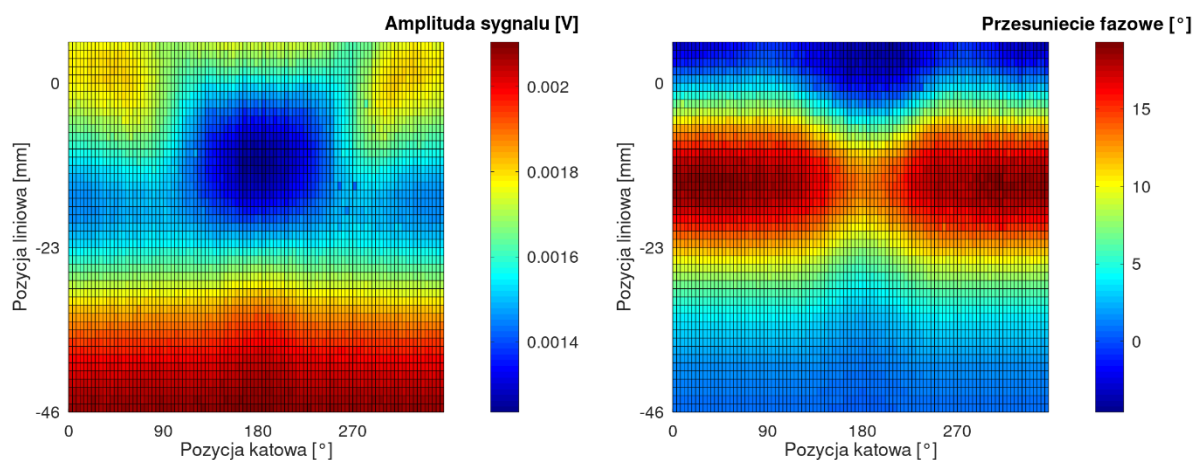


Rys.5.24. Rozkład wektorów prądów wirowych w obszarze tomografu: a) - widok od góry elementu, b) – widok z boku elementu, od strony cewki wymuszającej.

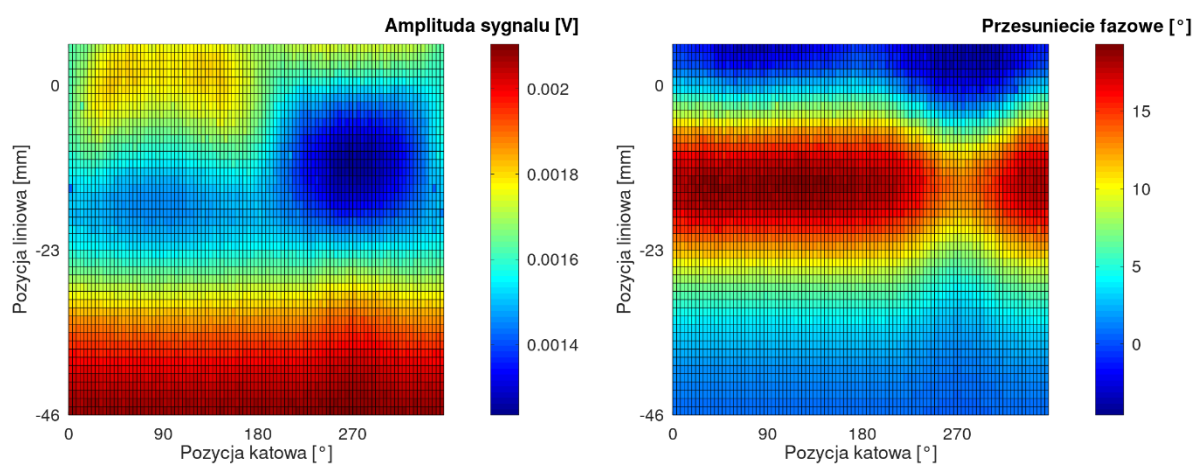
Widoczne na rysunku 5.24 wektory prądów wirowych potwierdzają zasadność prowadzenia obliczeń z wykorzystaniem modelu trójwymiarowego. Prądy wirowe indukują się w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny przedniej cewki wymuszającej. Na rysunku 5.24 a) również widoczne jest zjawisko naskórkowości.

Tomograficzne przekształcenie proste wymaga wielokrotnych realizacji obliczeń MES w kolejnych punktach pomiarowych. Ze względu na zaburzoną przez nieciągłość symetrię osiową badanej próbki, symulacje, przeprowadzono z uwzględnieniem obrotu próbki. Dodatkowo

ograniczono zakres przesuwny liniowy próbki – punkt początkowy znajdował się w odległości 45 mm od osi cewek, natomiast punktem końcowym było przecięcie się osi próbki z osią cewek.

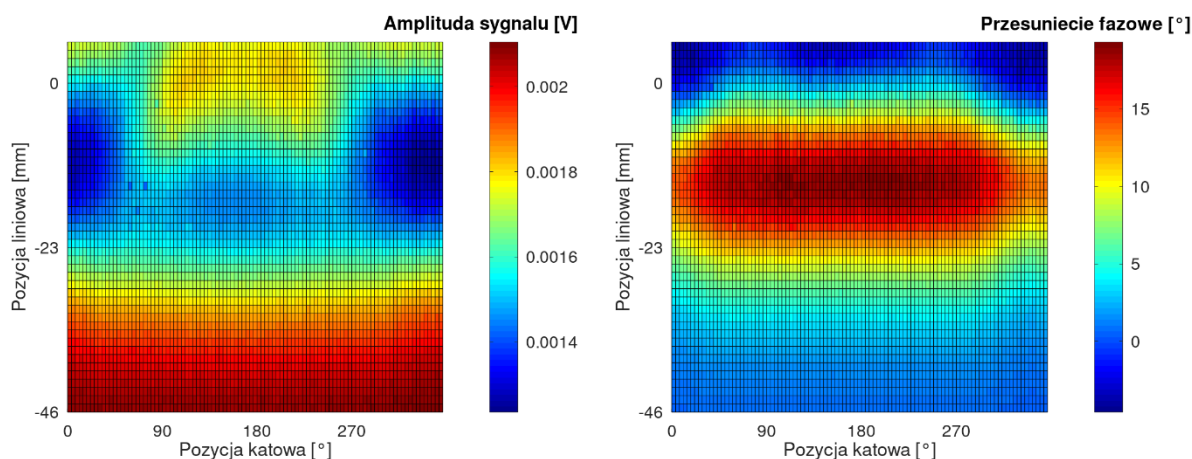


Rys. 5.25. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki stalowej z nieciągłością o szerokości 2 mm



Rys. 5.26. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki stalowej z nieciągłością o szerokości 6 mm





Rys. 5.27. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki stalowej z nieciągłością o szerokości 10 mm

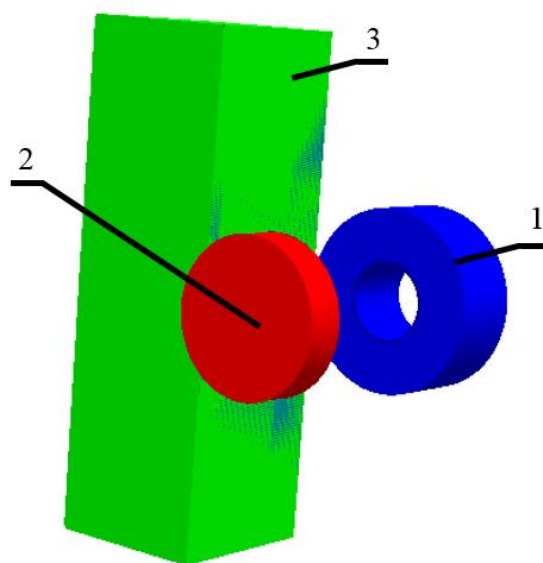
Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla próbki z nieciągłością modelową wykazują dużą zgodność kształtu w porównaniu z wynikami pomiarów próbki o takiej samej geometrii przedstawionymi w rozdziale 4.2. Różnica dotyczy uzyskiwanych wartości liczbowych. W przypadku wyników amplitudy sygnału pomiarowego jest to spowodowane zasilaniem cewki nadawczej prądem jednostkowym oraz pojedynczymi uzwojeniami w modelach obu cewek w układzie tomografu. Wyniki przesunięcia fazowego uzyskiwane w tomograficznym przekształceniu prostym są zaniżone w odpowiadających punktach pomiarowych o  $57^\circ$ . Jest to spowodowane wpływem układu kondycjonującego sygnał pomiarowy, opisanego w rozdz. 4.1. Widoczne są również pojedyncze punkty pomiarowe, w których uzyskiwana wartość amplitudy sygnału pomiarowego odbiega od sąsiadujących. Jest to spowodowane szumami numerycznymi. Aby móc porównywać wyniki pomiarów tomograficznego przekształcenia prostego z wynikami pomiarów, niezbędne jest przeprowadzenie normalizacji uzyskanych danych.

## 6. Zaproponowane dyskretne tomograficzne przekształcenie odwrotne

Zaproponowano realizację tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji dyskretnej [102]. Istotą optymalizacji dyskretnej jest założenie, że każdy z optymalizowanych parametrów może przyjmować tylko ściśle określone wartości: w tym przypadku 0 lub 1. Aby móc zastosować tę optymalizację w realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego należało wprowadzić uproszczenia modelu obiektu oraz modyfikacje tomograficznego przekształcenia prostego:

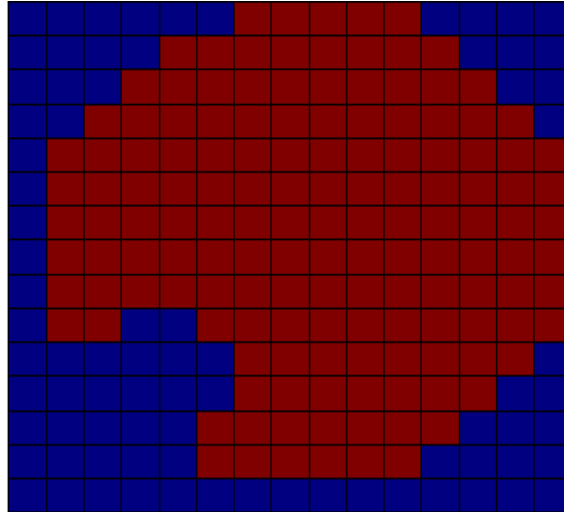
- przekrój poprzeczny obiektu był opisany dyskretną macierzą 16x16 elementów,
  - wartość „0” w macierzy oznaczała brak materiału (obecność powietrza) w danym punkcie przekroju poprzecznego,
  - wartość „1” w macierzy oznaczała występowanie materiału o zadanych parametrach w danym punkcie przekroju poprzecznego,
- założono stały przekrój poprzeczny obiektu.

Zastosowanie opisu parametrów obiektu w formie macierzy wymagało modyfikacji w generowaniu siatki elementów skończonych. Zamiast generowania siatki z dokładnym odtworzeniem obiektu (którą przedstawiono na rysunku 5.12), w siatce generowany jest prostopadłościan, o wymiarach 32 mm x32 mm oraz wysokości 120 mm. Przykład modelu przedstawiono na rysunku 6.1. Przekrój poprzeczny tego prostopadłościanu jest opisywany za pomocą macierzy 16x16, która jest rzutowana na przekrój obiektu. Każdy punkt w macierzy określa obecność materiału w odpowiadającym punkcie przekroju.



Rys. 6.1. Przykładowa geometria wykorzystywana przy tomograficznym przekształceniu prostym. 1) – cewka nadawcza, 2) - cewka odbiorcza, 3) – prostopadłościan, w który wpisywany jest przekrój obiektu [102]

Przykład macierzy opisującej przekrój obiektu z wpisanym obiektem cylindrycznym oraz wcięciem przedstawiono na rysunku 6.2. Macierz opisująca przekrój obiektu jest wpisywana do pliku, który jest interpretowany przez oprogramowanie MES. Podczas symulacji, pobierane są wartości parametrów elektromagnetycznych każdego z obiektów w wykorzystywanej siatce. Gdy parametry obiektu są opisane za pomocą pliku, oprogramowanie MES odczytuje wartości współrzędnych poszczególnych elementów w siatce, a następnie sprawdza w pliku, jakie wartości parametrów są przypisane do danych współrzędnych. Gdy współrzędne elementu nie odpowiadają dokładnie współrzędnym w macierzy opisującej przekrój obiektu, oprogramowanie przeprowadza interpolację dwusześcienną [103] na podstawie sąsiadujących znanych wartości.



Rys. 6.2. Przykład optymalizowanego przekroju obiektu. Czerwony kolor oznacza obecność materiału w przekroju próbki, niebieski oznacza jego brak

### 6.1. Zastosowany algorytm optymalizacji dyskretnej w tomograficznym przekształceniu odwrotnym

Opisane powyżej tomograficzne przekształcenie proste bazujące na dyskretnym modelu obiektu stanowiło bazę dla realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji dyskretnej. Zaimplementowano autorski algorytm optymalizacji dyskretnej. Funkcją celu algorytmu była minimalizacja współczynnika jakości. Był on obliczany jako różnica średniokwadratowa pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów:

$$Q = \frac{\sum_{w=1}^n \sum_{k=1}^m ((T_{Aw,k} - P_{Aw,k})^2 + (T_{Pw,k} - P_{Pw,k})^2)}{n \cdot m} \quad (6.1)$$

przy czym:

Q – wartość funkcji celu dla algorytmu optymalizacji (współczynnik jakości dopasowania),

n – liczba punktów liniowych,

m – liczba pozycji kątowych przyjmowanych przez obiekt dla każdego punktu liniowego,

$T_{Aw,k}$  – wartość amplitudy sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym dla elementu w pozycji (w, k),

$P_{Aw,k}$  – wartość amplitudy sygnału pomiarowego dla elementu w pozycji  $(w, k)$ ,

$T_{Fw,k}$  – wartość przesunięcia fazowego sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym dla elementu w pozycji  $(w, k)$ ,

$P_{Fw,k}$  – wartość przesunięcia fazowego sygnału pomiarowego dla elementu w pozycji  $(w, k)$ .

Algorytm zaimplementowanej optymalizacji dyskretnej przedstawiono na rysunku 6.3. Pierwszym krokiem algorytmu jest wczytanie danych pomiarowych. Następnie przeprowadzana jest selekcja punktów do realizacji tomograficznego przekształcenia prostego, na podstawie metody opisanej w rozdziale 5.5. W kolejnym kroku generowany jest podstawowy model optymalizowanego obiektu. Model ten jest poddawany tomograficznemu przekształceniu prostemu. Następnie liczony jest początkowy współczynnik jakości dopasowania pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów na podstawie zależności (6.1).

Algorytm bazuje na modyfikacji krawędzi obiektu. Punkty macierzy 16x16 opisującej rozkład materiału w przekroju próbki, znajdujące się na krawędzi materiał-powietrze są znajdowane w podstawowym modelu. Następnie wartość losowo wybranej komórki jest zamieniana na przeciwną:

- Jeśli wylosowana komórka miała wartość 0 (odpowiadającą braku materiału w przekroju próbki), przyjmuje wartość 1 (odpowiadającą występowaniu materiału w przekroju próbki),
- jeśli wylosowana komórka miała wartość 1 (odpowiadającą występowaniu materiału w przekroju próbki), przyjmuje wartość 0 (odpowiadającą braku materiału w przekroju próbki).

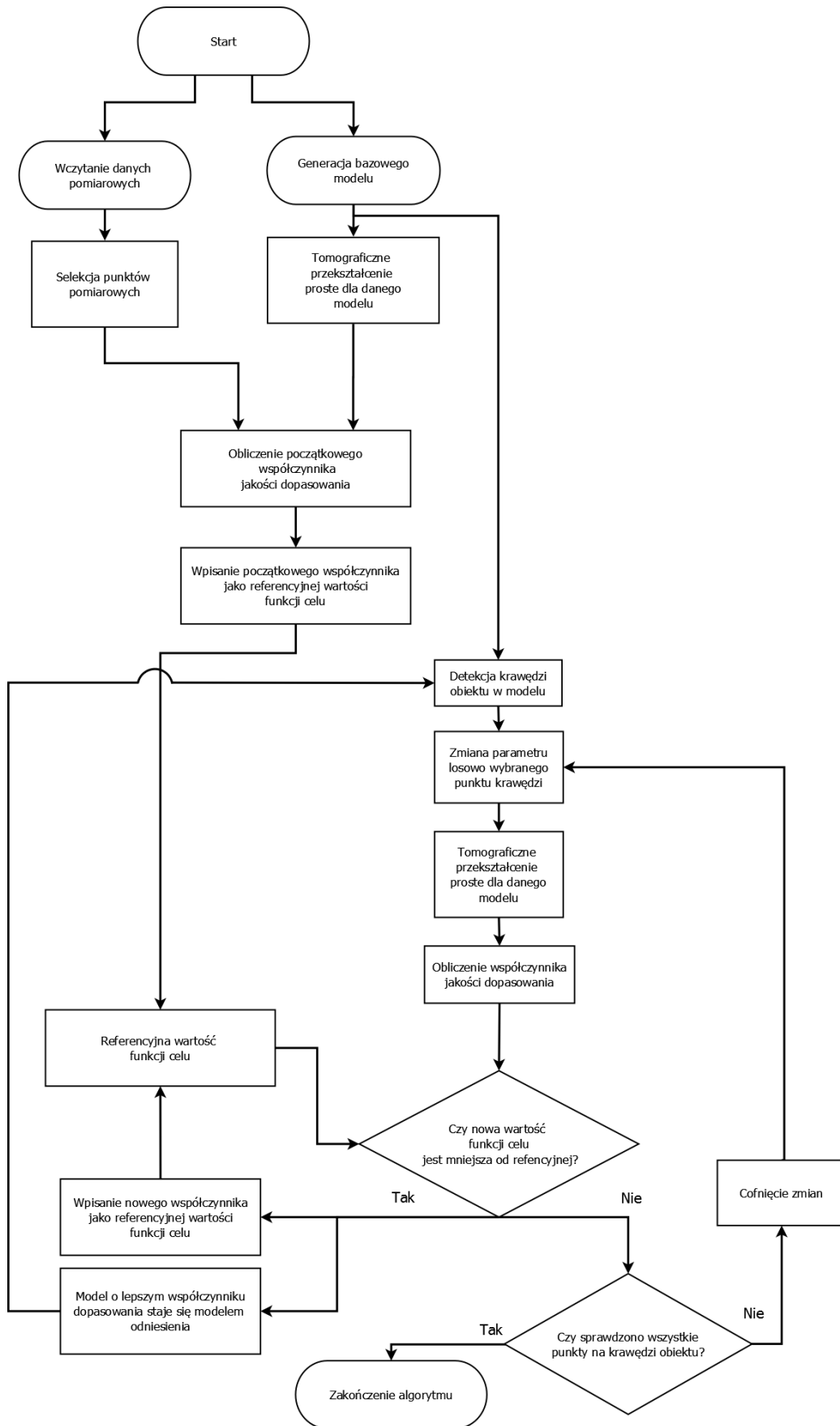
W ten sposób powstaje kolejny model obiektu. Jest on następnie poddawany tomograficznemu przekształceniu prostemu. Obliczany jest współczynnik jakości dopasowania pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów na podstawie zależności (6.1). Następnie porównywane są wartości współczynników jakości dopasowania. Możliwe są dwa rezultaty tego porównania:

- wartość współczynnika po zmianie jest większa od wartości współczynnika przed zmianą. Oznacza to, że nastąpiła pogorszenie dopasowania pomiędzy wynikami

tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów. W rezultacie zmiana jest cofana, a algorytm zmienia wartość kolejnej losowo wybranej komórki w modelu obiektu.

- wartość współczynnika po zmianie jest mniejsza od wartości współczynnika przed zmianą. Oznacza to, że nastąpiła poprawa dopasowania pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów. W rezultacie zmiana jest zachowywana – model obiektu po zmianie staje się nowym modelem odniesienia. W nowym modelu następuje kolejna detekcja punktów należących do krawędzi materiał-powietrze. Następnie wartość losowo wybranej komórki na krawędzi jest zamieniana na przeciwną i dla tego modelu realizowane jest tomograficzne przekształcenie proste. Obliczana jest wartość współczynnika jakości dopasowania, która jest porównywana z poprzednią wartością. W wyniku tego porównania możliwe są dwa rezultaty opisane powyżej, więc algorytm zaczyna działać w pętli.

Algorytm optymalizacji jest kończony, w momencie, kiedy zmiana wartości dowolnej komórki na krawędzi materiał-powietrze nie prowadzi do poprawy (zmniejszenia) współczynnika jakości dopasowania. Rezultatem końcowym algorytmu jest model przekroju obiektu, dla którego uzyskano najlepsze dopasowanie pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów.



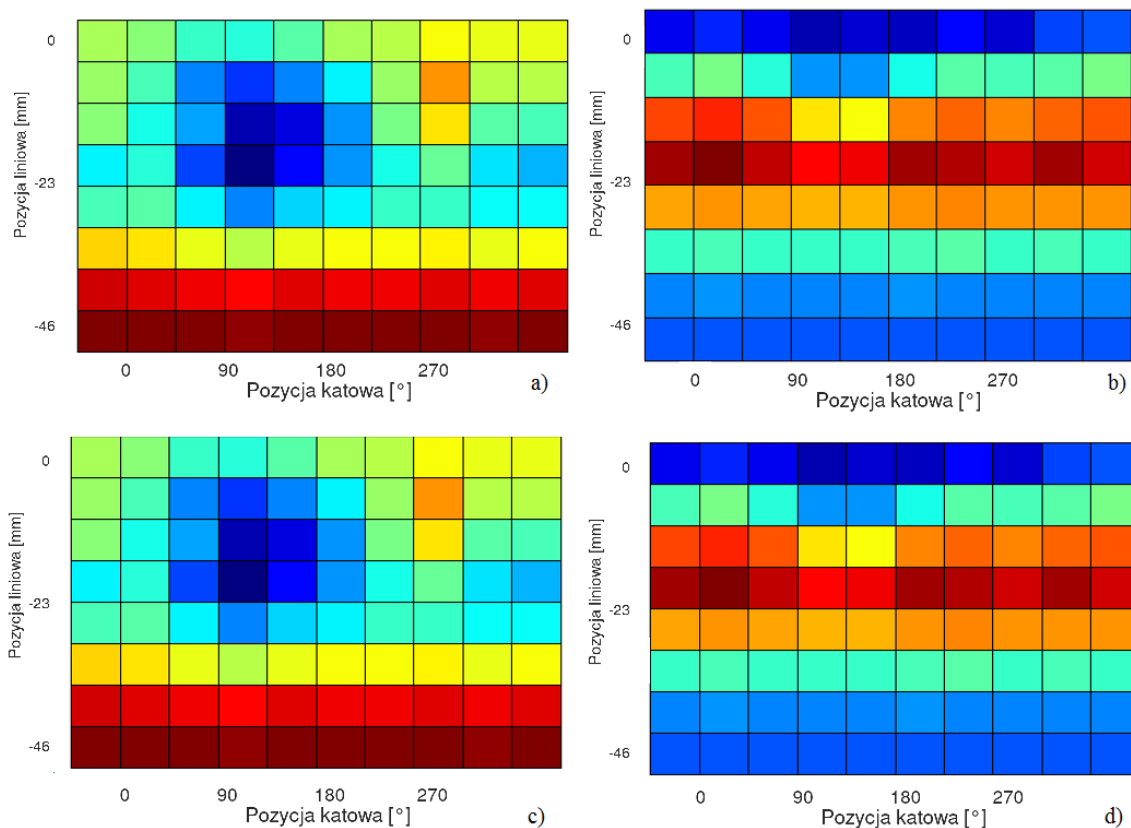
Rys. 6.3. Zaproponowany algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji dyskretnej

## **6.2. Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego**

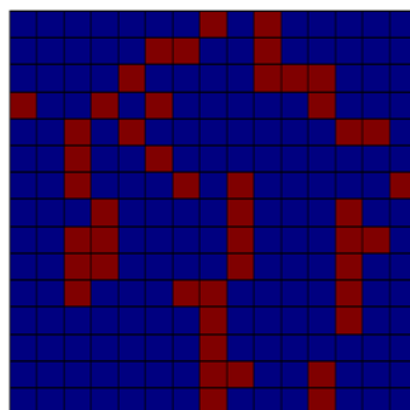
Danymi wejściowymi dla przedstawionego algorytmu były wyniki pomiarów dla próbki walcowej z nieciągłością wzorcową o szerokości 8 mm. Opis próbki przedstawiono w rozdziale 4.2, natomiast wyniki pomiarów przedstawia rysunek 4.12. Przed rozpoczęciem algorytmu należało określić ilość punktów pomiarowych, w których będzie przeprowadzane tomograficzne przekształcenie proste. Zastosowano kryterium opisane w rozdziale 5.5 i przedstawione na rysunku 5.15. W rezultacie wybrano taką ilość punktów pomiarowych, przy której błąd związany z selekcją punktów był porównywalny z powtarzalnością pomiarową stanowiska tomografu wiropładowego.

W wyniku działania algorytmu uzyskano model przekroju obiektu, dla którego wyniki tomograficznego przekształcenia prostego wykazują najwyższą zgodność z wynikami pomiarów (wartość współczynnika  $R^2=0,999$ ). Wyniki zestawiono na rysunku 6.4. Uzyskany rozkład materiału w przekroju próbki przedstawiono na rysunku 6.5.





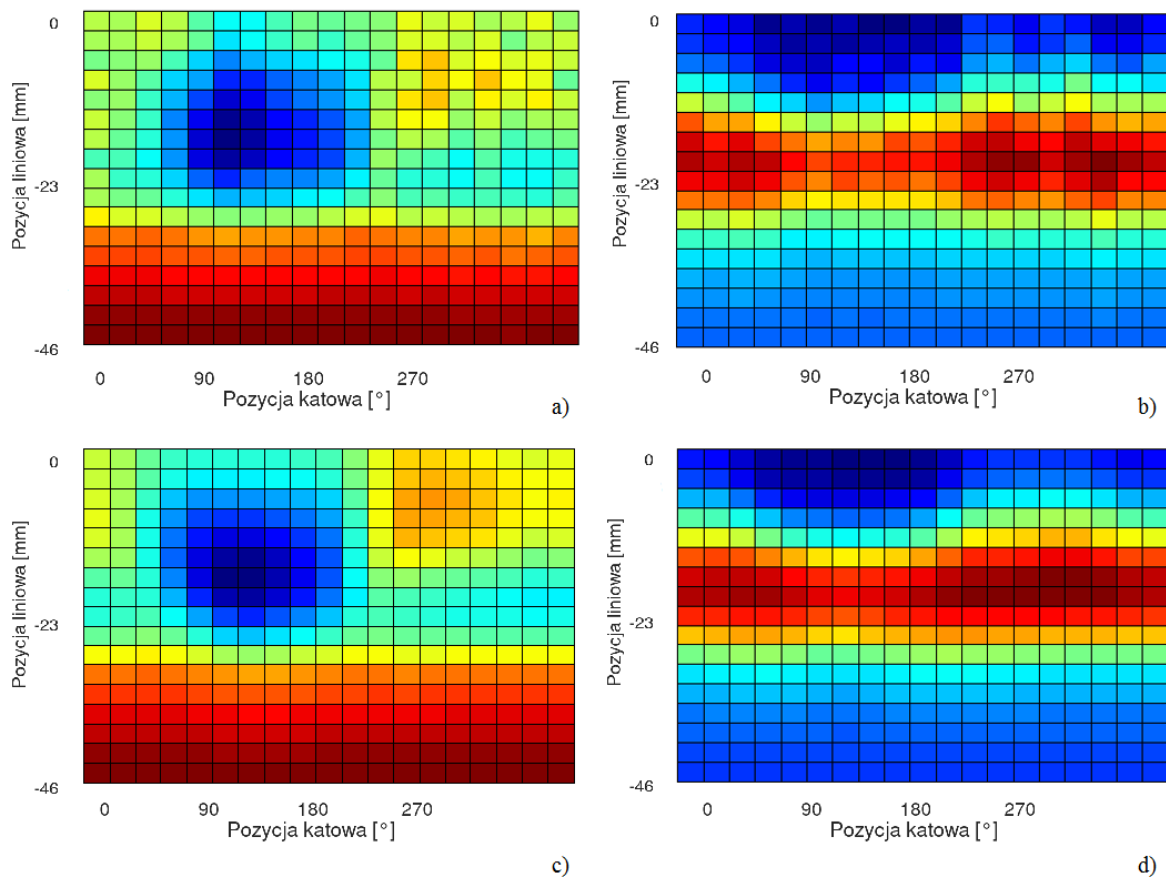
Rys.6.4. Zestawienie wyników tomograficznego przekształcenia prostego z wynikami pomiarów: a) – znormalizowana amplituda sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym, b) – znormalizowana wartość przesunięcia fazowego uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym, c) – znormalizowana amplituda sygnału pomiarowego, d) – znormalizowana wartość przesunięcia fazowego sygnału pomiarowego



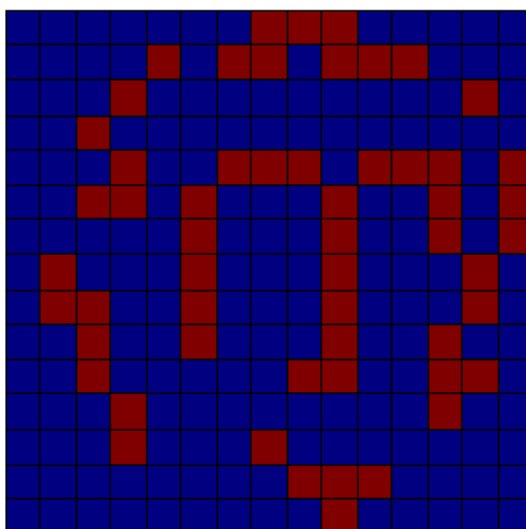
Rys. 6.5. Wynik dyskretnego tomograficznego przekształcenia odwrotnego: uzyskany rozkład materiału w przekroju próbki. Czerwony kolor oznacza obecność materiału w przekroju próbki, niebieski oznacza jego brak

Uzyskany za pomocą dyskretnego tomograficznego przekształcenia odwrotnego rozkład materiału w przekroju próbki znacząco odbiega od oczekiwanego. Powtórzono algorytm dla tych samych danych wejściowych oraz znacząco zwiększonej liczby punktów w tomograficznym przekształceniu prostym.

W wyniku działania algorytmu uzyskano model przekroju obiektu, dla którego wyniki tomograficznego przekształcenia prostego wykazują najwyższą zgodność z wynikami pomiarów (wartość współczynnika  $R^2 = 0,993$ ). Wyniki zestawiono na rysunku 6.6. Uzyskany rozkład materiału w przekroju próbki przedstawiono na rysunku 6.7.



Rys.6.6. Zestawienie wyników tomograficznego przekształcenia prostego z wynikami pomiarów: a) – znormalizowana amplituda sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym, b) – znormalizowana wartość przesunięcia fazowego uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym, c) – znormalizowana amplituda sygnału pomiarowego, d) – znormalizowana wartość przesunięcia fazowego sygnału pomiarowego



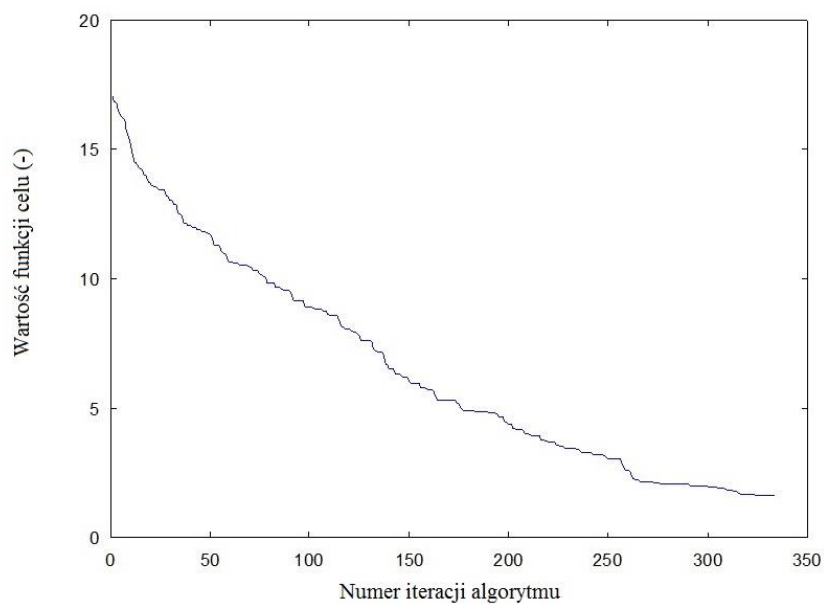
Rys. 6.7. Wynik dyskretnego tomograficznego przekształcenia odwrotnego uzyskany rozkład materiału w przekroju próbki. Czerwony kolor oznacza obecność materiału w przekroju próbki, niebieski oznacza jego brak

### 6.3. Wnioski

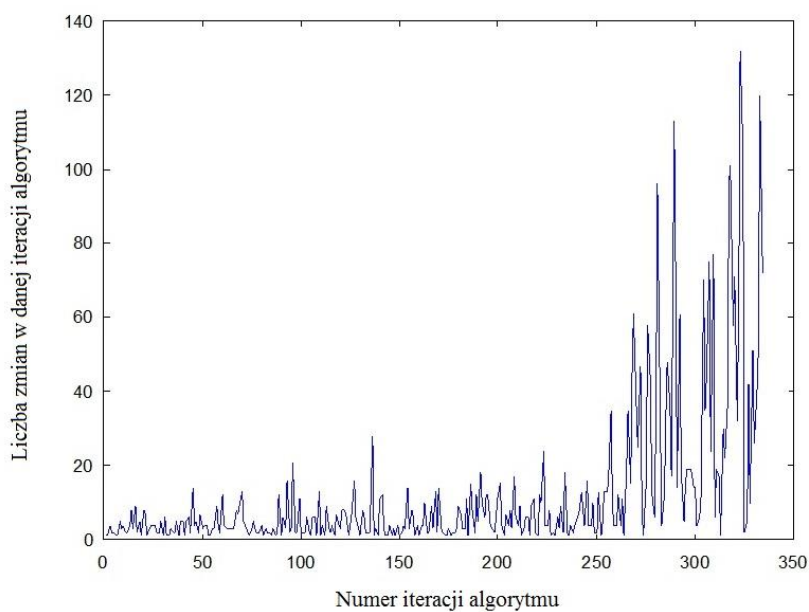
Wyniki przedstawione na rysunku 6.7 pokazują, że zaproponowana metoda nie nadaje się do praktycznego zastosowania. Zwiększenie liczby punktów w tomograficznym przekształceniu prostym nie poprawiło dokładności odtworzonego modelu. Uzyskany przekrój obiektu jest nieciągły co oznacza, że algorytm znalazł minimum lokalne i zakończył działanie.

Algorytm charakteryzuje się znacznym kosztem obliczeniowym, co przedstawiono na rysunkach 6.8 i 6.9. Prezentują one odpowiednio wartość funkcji celu w kolejnych iteracjach algorytmu oraz ilość potrzebnych zmian elementów na krawędzi obiektu przy których następowała poprawa wartości funkcji celu. Wykazują one, że algorytm po 260 krokach osiągnął końcową wartość funkcji celu. Kolejne poprawy współczynnika jakości wymagały znacznie większej ilości zmian elementów na krawędzi obiektu, co skutkowało wzrostem kosztu obliczeniowego. Ten problem można by wyeliminować przyjmując inne kryterium zakończenia algorytmu.

Należy podkreślić, że w wyniku działania algorytmu materiał pozostał głównie w punktach mogących stanowić obrys przekroju obiektu. Większość punktów opisujących wnętrze obiektu została zmieniona na wartość 0, odpowiadającą brakowi materiału w danych punkcie przekroju próbki. Na tej podstawie można wnioskować, że algorytmy tomograficznego przekształcenia odwrotnego powinny skupiać się na określeniu krawędzi rekonstruowanego obiektu.



Rys. 6.8. Wykres zmian wartości funkcji celu przy zastosowaniu algorytmu optymalizacji dyskretnej



Rys. 6.9. Liczba punktów na krawędzi obiektu których zmiana była niezbędna do uzyskania poprawy wartości funkcji celu

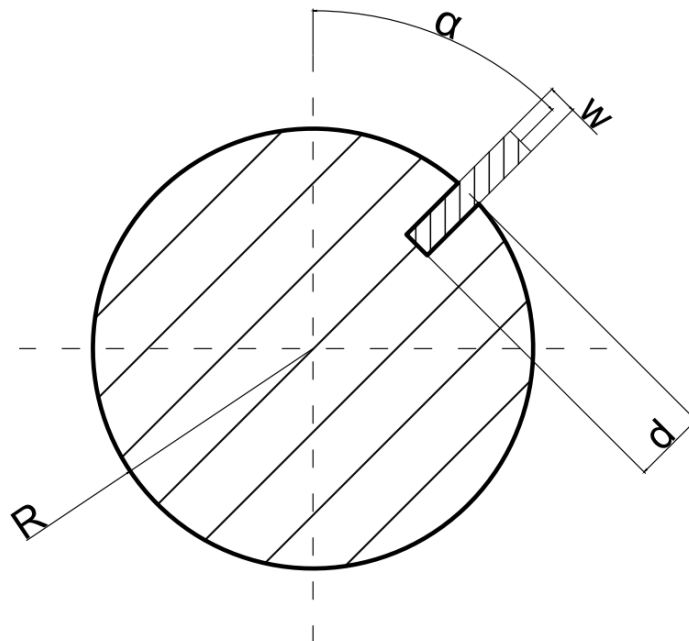
## 7. Zaproponowane przekształcenie odwrotne z wykorzystaniem nieciągłości modelowej

### 7.1. Propozycja zastosowania nieciągłości modelowej

Zaproponowano realizację tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej. Istotą optymalizacji ciągłej jest założenie, że każdy z optymalizowanych parametrów może przyjmować dowolne wartości z zakresu liczb rzeczywistych.

Do zastosowania optymalizacji ciągłej niezbędne było zmniejszenie liczby parametrów modelu obiektu. Optymalizacja wartości w macierzy  $16 \times 16$  opisującej obecność materiału w poszczególnych częściach przekroju obiektu (analogicznie jak w metodzie opisanej w rozdziale 6) miałyby zbyt duży koszt obliczeniowy.

W zamian zdecydowano się zastosować opis przekroju obiektu z wykorzystaniem nieciągłości modelowej. Przedstawiono propozycję nieciągłości modelowej o kształcie prostokątnego wycięcia w obiekcie cylindrycznym. Model takiego obiektu można opisać za pomocą czterech parametrów, co przedstawiono na rysunku 7.1. Taka liczba parametrów znacząco obniża liczbę iteracji algorytmu, więc koszt obliczeniowy tomograficznego przekształcenia odwrotnego jest niższy. Analogicznie jak w metodzie bazującej na optymalizacji dyskretnej, uproszczono model obiektu, zakładając stały przekrój poprzeczny obiektu.



Rys. 7.1. Przekrój obiektu z nieciągłością modelową i oznaczeniami parametrów:  $R$  – promień obiektu,  $d$  – głębokość nieciągłości modelowej,  $w$  – szerokość nieciągłości modelowej,  $\alpha$  -pozycja kątowa nieciągłości modelowej względem osi cewek [104]

Należy podkreślić, że tomograficzne przekształcenie proste wykorzystywane przy zaproponowanej metodzie tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazuje na metodzie opisanej w rozdziale 5. W każdym punkcie pomiarowym generowana jest nowa siatka, więc pojedyncze tomograficzne przekształcenie proste wymaga generacji  $p = n \cdot m$  siatek, gdzie  $n$  – liczba punktów liniowych obiektu,  $m$  – liczba pozycji kątowych zajmowanych przez obiekt w każdej pozycji liniowej. Dodatkowo dla tomograficznego przekształcenia prostego dla kolejnych modeli obiektu niezbędne jest wygenerowanie nowych siatek, z nowymi parametrami nieciągłości modelowej.

## 7.2. Zastosowana metoda optymalizacji

Istotą optymalizacji ciągłej jest założenie, że każdy z optymalizowanych parametrów może przyjmować dowolne wartości z zakresu liczb rzeczywistych. Taka optymalizacja nosi nazwę optymalizacji bez ograniczeń [105]. W praktyce brak ograniczeń parametrów optymalizowanych przez algorytm może prowadzić do osiągnięcia rozwiązania, które nie posiada fizycznego uzasadnienia (np. wartość względnej przenikalności magnetycznej mniejsza od zera). Dlatego w praktycznych zastosowaniach algorytmów optymalizacji ciągłej wprowadza się ograniczenia [106] albo funkcje kary zewnętrznej [107].

Funkcje kary zewnętrznej stosuje się, gdy implementacja algorytmu nie pozwala na wprowadzenie zewnętrznych ograniczeń. Przy realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego wykorzystano metodę Neldera – Meada [108] zaimplementowaną w środowisku Octave. Zastosowany algorytm optymalizacji może być stosowany zarówno do optymalizacji pojedynczego parametru modelu jak i do optymalizacji wielu parametrów opisujących obiekt.

Funkcją celu algorytmu była minimalizacja współczynnika jakości. Był on obliczany jako różnica średniokwadratowa pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów i określony zależnością:

$$Q = \frac{\sum_{w=1}^n \sum_{k=1}^m ((T_{Aw,k} - P_{Aw,k})^2 + (T_{Pw,k} - P_{Pw,k})^2)}{n \cdot m} \quad (7.1)$$

przy czym:

$Q$  – wartość funkcji celu dla algorytmu optymalizacji (współczynnik jakości dopasowania),

$n$  – liczba punktów liniowych,

$m$  – liczba pozycji kątowych przyjmowanych przez obiekt dla każdego punktu linowego,

$T_{Aw,k}$  – wartość amplitudy sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym dla elementu w pozycji  $(w, k)$ ,

$P_{Aw,k}$  – wartość amplitudy sygnału pomiarowego dla elementu w pozycji  $(w, k)$ ,

$T_{Fw,k}$  – wartość przesunięcia fazowego sygnału uzyskana w tomograficznym przekształceniu prostym dla elementu w pozycji  $(w, k)$ ,

$P_{Fw,k}$  – wartość przesunięcia fazowego sygnału pomiarowego dla elementu w pozycji  $(w, k)$ .

Do wprowadzenia ograniczeń dla algorytmu zastosowano funkcję kary zewnętrznej. W wyniku działania algorytmu wartość dowolnej optymalizowanej zmiennej (będącej parametrem modelu) może przekroczyć narzucone granice. Przed realizacją tomograficznego przekształcenia prostego dla danego modelu sprawdzane jest, czy wartości wszystkich parametrów znajdują się w dopuszczalnych przedziałach. Jednocześnie obliczana jest wartość funkcji kary, na podstawie zależności:

$$\begin{aligned} S' &= 0 \\ x_l \leq x_i \leq x_h &\rightarrow S = S' \\ (x_l \geq x_i) &\rightarrow S = S' + 1000 + 1000 \cdot (x_i - x_l)^4 \\ (x_i \geq x_h) &\rightarrow S = S' + 1000 + 1000 \cdot (x_h - x_i)^4 \end{aligned} \tag{7.2}$$

przy czym:

$x_i$  – wartość optymalizowanego parametru

$x_l, x_h$  – odpowiednio dolna i górna granica dla danego parametru

$S$  – wartość funkcji kary algorytmu

$S'$  – wartość funkcji kary uzyskana po sprawdzeniu poprzedniego parametru

Funkcja kary określa, czy sprawdzany parametr znajduje się wewnątrz narzuconego przedziału ograniczeń. Jeżeli tak, to bazowa wartość funkcji celu ma wartość zero. Gdy parametr znajduje się poza granicą przedziału, wartość funkcji celu jest zwiększana o 1000 oraz o tysiąckrotność czwartej potęgi różnicy między przekroczoną granicą a wartością parametru.

Stała wartość jest dodawana by uzyskać odpowiednio dużą bazową wartość funkcji kary. Element związany z potęgą różnicy służy do wskazania kierunku przeszukiwania dla algorytmu – parametry o wartościach dalszych od granic przedziału będą zwracały większą wartość funkcji kary.

Sprawdzanie parametrów modelu odbywa się nierównocześnie. Wartość funkcji kary ze sprawdzenia poprzedniego parametru jest dodawana do funkcji kary sprawdzanego parametru. Dzięki temu, gdy choć jeden z parametrów przekracza dopuszczalne granice wartości, wartość funkcji kary jest większa od zera.

Gdy wartość każdego ze sprawdzanych parametrów znajduje się wewnątrz narzuconego przedziału (na końcu sprawdzania  $S = 0$ ), realizowane jest tomograficzne przekształcenie proste dla modelu o tych parametrach. Następnie obliczana jest wartość funkcji celu jako różnica średniokwadratowa pomiędzy wynikami tomograficznego przekształcenia prostego a wynikami pomiarów na podstawie zależności (7.1).

Gdy choć jeden z parametrów wykracza poza dopuszczalny przedział, nie jest realizowane tomograficzne przekształcenie proste dla danego modelu. Zamiast tego obliczana jest wartość funkcji kary zewnętrznej na podstawie zależności (7.2) i jest ona zwracana do algorytmu optymalizującego, jako wartość funkcji celu ( $Q = S$ ).

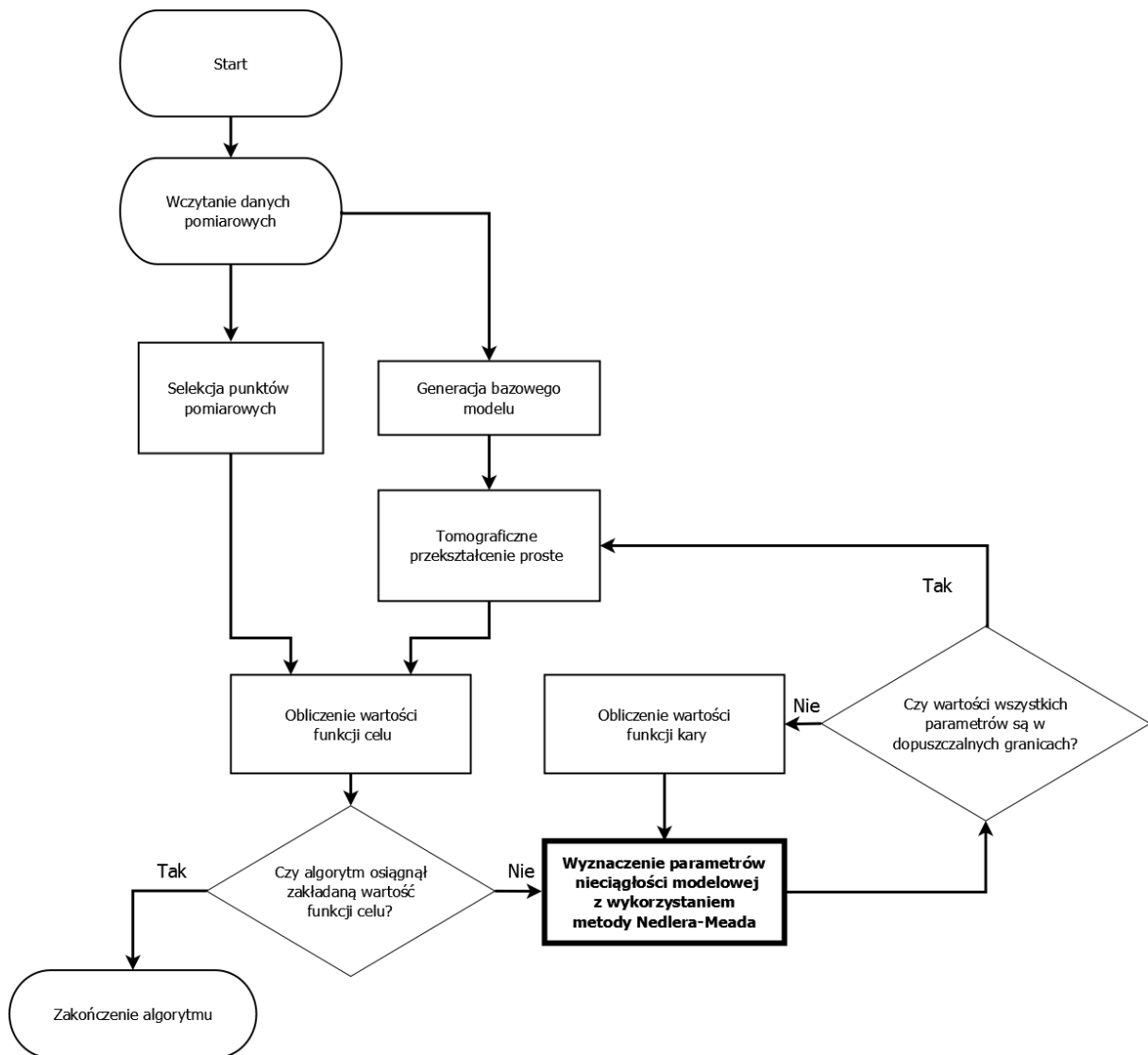
### 7.3. Wyznaczenie dwóch parametrów nieciągłości modelowej

W pierwszej implementacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej zdecydowano się na zmniejszenie liczby optymalizowanych zmiennych. Wartości promienia próbki ( $R$ ) oraz kąta początkowego wady ( $\alpha$ ) określono jako stałe i zgodne z rzeczywistymi parametrami próbki. Optymalizowane były jedynie parametry opisujące kształt prostokątnej nieciągłości modelowej – szerokość ( $w$ ) oraz głębokość wcięcia ( $d$ ). Zastosowany algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej przedstawiono na rysunku 7.2.

Niezbędne było wprowadzenie ograniczeń dla optymalizowanych parametrów, tak aby zachowany był prostokątny kształt wcięcia. Granice dopuszczalnych wartości głębokości wady wynosiły odpowiednio 1 i 15 mm. Maksymalna szerokość wady wynika z zależności geometrycznych i jest opisana parametrem  $I$  określonym zależnością:

$$w_{max} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot R \cdot d - d^2} \quad (7.3)$$



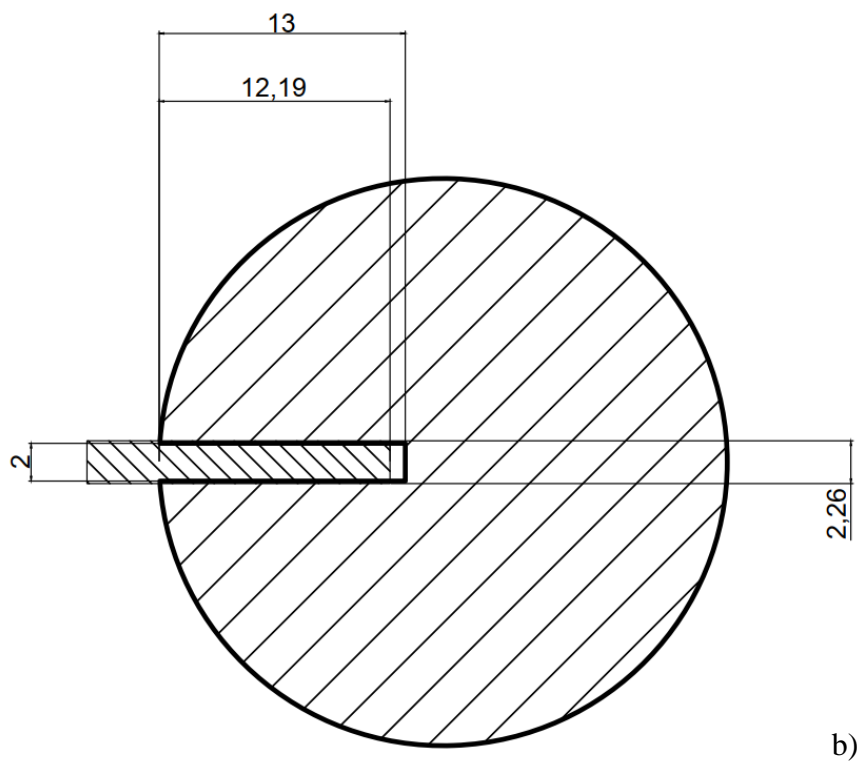
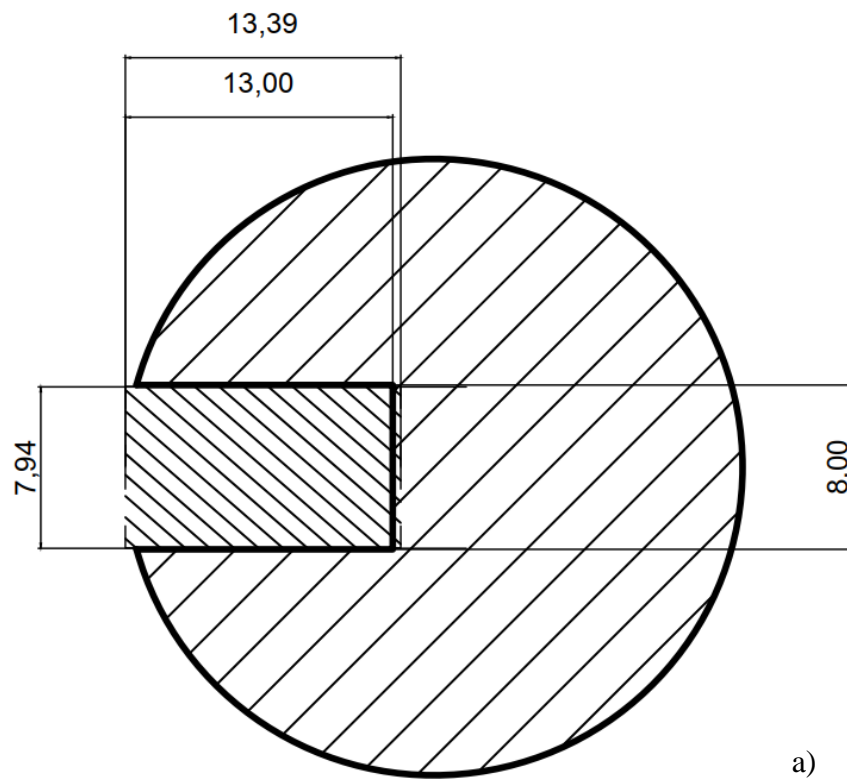


Rys.7.2. Algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej parametrów nieciągłości modelowej, z zewnętrzną funkcją kary

Zebrane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego oraz rzeczywiste parametry nieciągłości w próbce przedstawiono w tabeli 7.1. Graficzne porównanie rzeczywistych nieciągłości oraz uzyskanej nieciągłości modelowej przedstawiono na rysunku 7.3.

Tabela.7.1. Zestawienie wyników tomograficznego przekształcenia odwrotnego z rzeczywistymi parametrami próbki w optymalizacji dwuparametrowej

<b>Rzeczywiste parametry próbki</b>		<b>Wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego</b>	
d (mm)	w (mm)	d (mm)	w (mm)
13,00	8,00	13,39	7,94
13,00	2,00	12,19	2,26
13,00	6,00	12,84	5,84



Rys. 7.3. Porównanie uzyskanych parametrów nieciągłości modelowej z rzeczywistymi:  
 a) - wyniki dla nieciągłości o szerokości 8 mm, b) - wyniki dla nieciągłości o szerokości 2 mm

Uzyskane w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego parametry nieciągłości modelowej wykazują zadowalającą zgodność z rzeczywistymi. Niedokładności określenia szerokości wcięcia nie przekraczają 0,5 mm, natomiast głębokość nieciągłości została określona z błędem poniżej 1 mm. Potwierdza to poprawność zaproponowanego podejścia, wykorzystującego optymalizację ciągłą parametrów opisujących przekrój obiektu.

#### 7.4. Wyznaczenie czterech parametrów obiektu z nieciągłością modelową

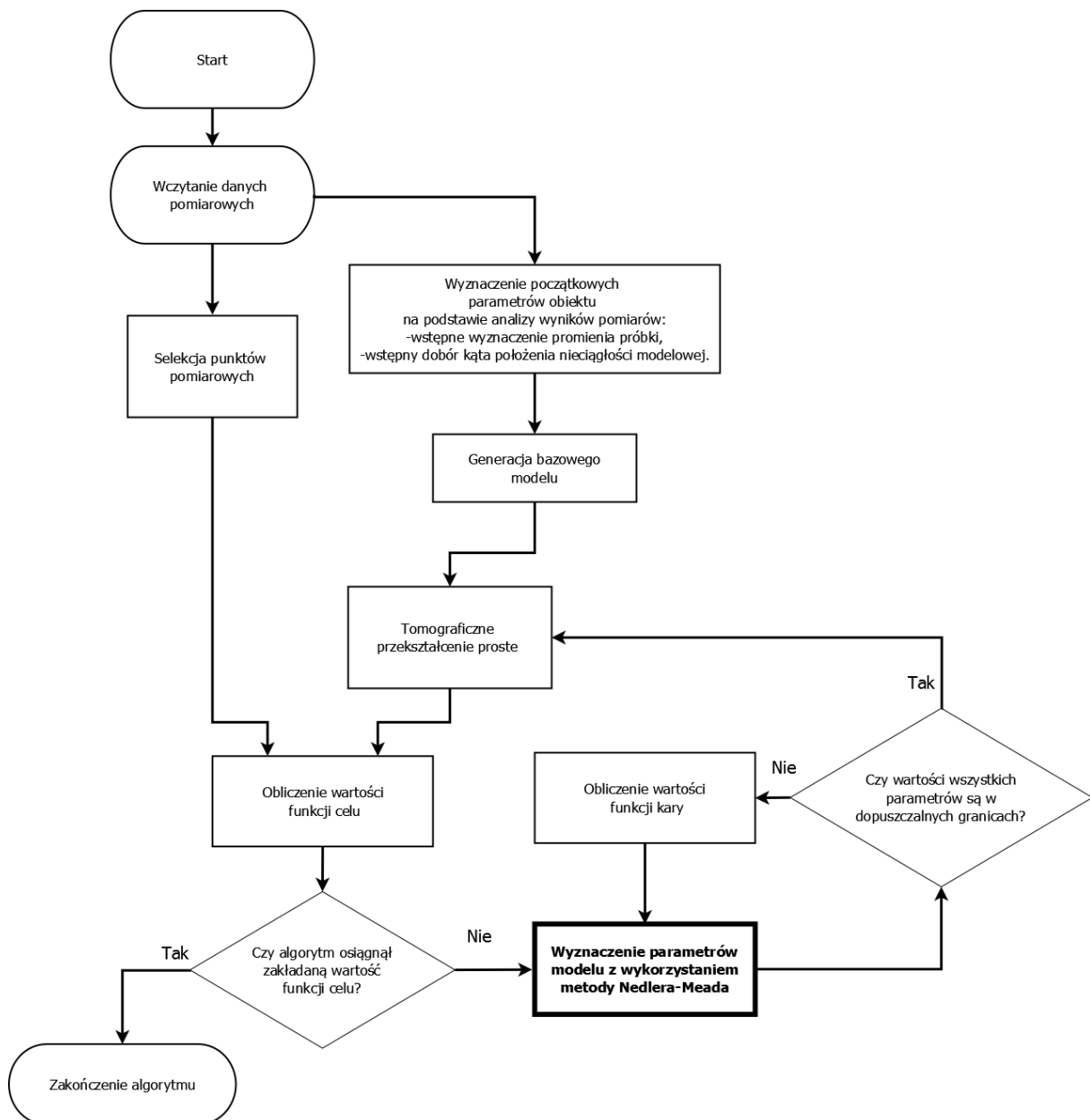
Rozwinięciem metody opisanej powyżej jest uwzględnienie w modelu obiektu zarówno promienia  $R$  jak i pozycji kątowej nieciągłości modelowej. Analogicznie jak poprzednio, wprowadzono ograniczenia dla optymalizowanych parametrów. Zestawienie granic dopuszczalnych wartości optymalizowanych parametrów przedstawiono w tabeli 7.2. Górna granica promienia obiektu jest spowodowana odległością pomiędzy cewką nadawczą a cewką odbiorczą w układzie tomografu wiroprowadowego. Maksymalną głębokość nieciągłości  $d$  ograniczono do wartości promienia obiektu  $R$ . Maksymalna szerokość wady wynika z zależności geometrycznych i jest opisana parametrem  $w_{max}$  określonym zależnością (7.2).

Tab. 7.2. Dopuszczalne granice optymalizowanych parametrów

<b>Symbol optymalizowanego parametru</b>	<b>Znaczenie parametru</b>	<b>Dolna granica parametru</b>	<b>Górna granica parametru</b>
<b>R</b>	Promień obiektu	5 mm	16 mm
<b><math>\alpha</math></b>	Kąt początkowy nieciągłości	0°	360°
<b>d</b>	Głębokość nieciągłości	1 mm	R
<b>w</b>	Szerokość nieciągłości	1,5 mm	$w_{max}$

Do wyznaczenia wartości parametrów opisujących nieciągłość modelową wyznaczono metodę Nelder-Mead. Dodatkowo zaimplementowano metodę wyznaczenia początkowych wartości parametrów  $R$  oraz  $\alpha$  na podstawie analizy danych pomiarowych. Zastosowany

algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej przedstawiono na rysunku 7.4.



Rys. 7.4. Algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej z zewnętrzną funkcją kary

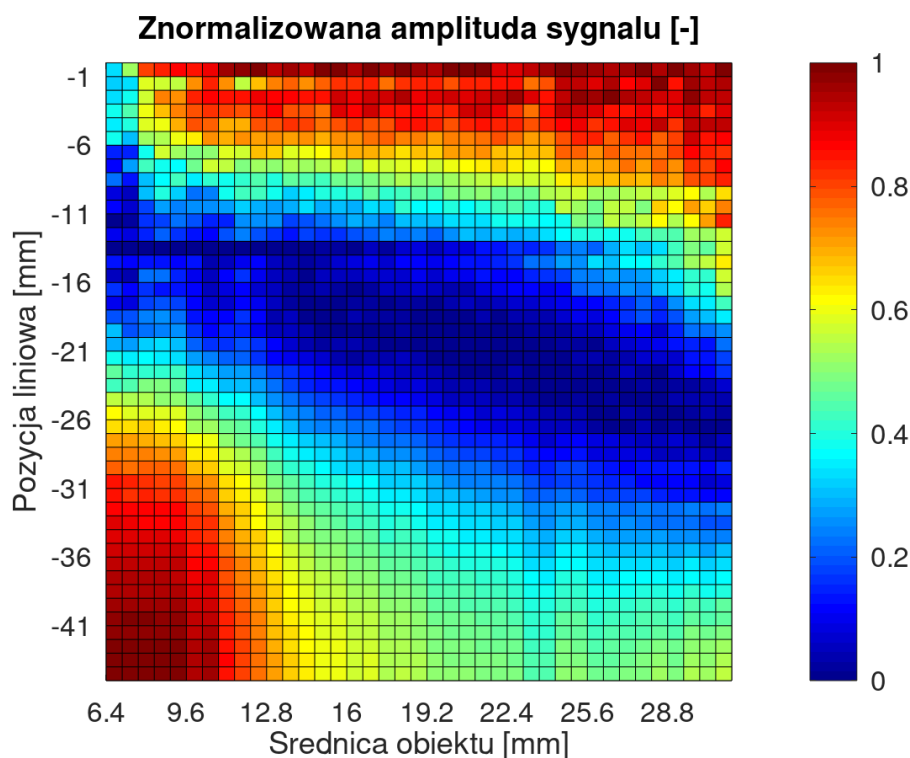
#### 7.4.1. Wyznaczenie początkowych parametrów obiektu na podstawie analizy wyników pomiarów

Podczas stosowania optymalizacji ciągłej, znaczny wpływ na szybkość i jakość osiągnięcia rozwiązania ma dobór wartości początkowych. Błędne określenie punktów początkowych może skutkować znalezieniem przez algorytm optymalizacyjny rozwiązania będącego jedynie

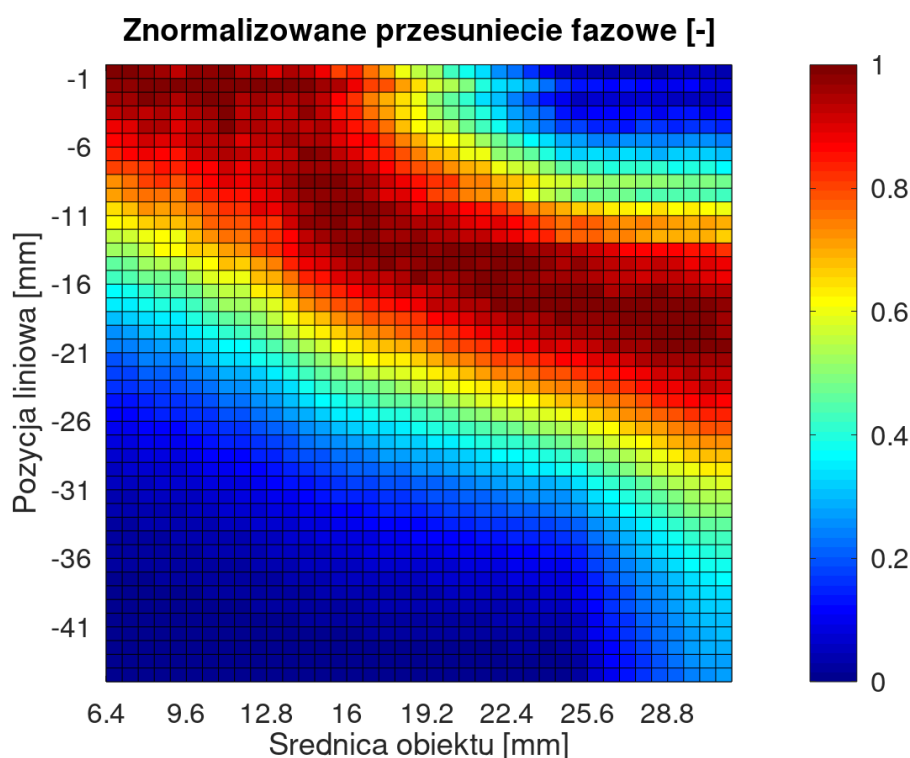
minimum lokalnym. W rezultacie będzie to skutkowało błędnym wynikiem tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Z tego powodu zaproponowano metodę wstępnego określenia wartości niektórych parametrów na podstawie analizy wyników pomiarów. Wybranymi parametrami były promień obiektu oraz pozycja kątowa nieciągłości.

### Wstępne wyznaczenie promienia próbki

W celu określenia wpływu promienia na wyniki pomiarów tomograficznych, przeprowadzono serię tomograficznych przekształceń prostych dla modeli obiektów o różnych średnicach. Wykorzystano model pełnego wałka wykonanego z materiału ferromagnetycznego o przenikalności względnej 1500. Zastosowanie modelu pełnego wałka przyspieszyło tomograficzne przekształcenie wprzód, poprzez brak konieczności modelowania w kolejnych pozycjach kątowych obiektu. Wynikiem pojedynczego przekształcenia prostego są więc wykresy zmian amplitudy sygnału oraz przesunięcia fazowego w funkcji pozycji liniowej. Na rysunkach 7.5 i 7.6 przedstawiono uzyskane wyniki dla różnych średnic obiektów.



Rys. 7.5. Wartości amplitudy sygnału pomiarowego uzyskanego w tomograficznym przekształceniu prostym dla kolejnych średnic obiektów [104]



Rys. 7.6. Wartości przesunięcia fazowego uzyskanego w tomograficznym przekształceniu prostym dla kolejnych średnic obiektów [104]

Uzyskane wyniki potwierdzają obserwowalny wpływ średnicy obiektu na wyniki tomograficznego przekształcenia prostego. Bardziej jednoznaczne w interpretacji są wyniki wartości przesunięcia fazowego. Na ich podstawie możliwe jest wstępne określenie średnicy badanego obiektu.

Zaproponowana procedura polega na porównaniu znormalizowanych wyników pomiarów z wynikami przekształcenia prostego dla kolejnych średnic obiektu.

Aby uwzględnić obrót próbki podczas pomiaru, wybierane są dane dla tych samych położeń kątowych obiektu w kolejnych pozycjach liniowych. Znormalizowane dane wyników pomiarów przesunięcia fazowego w funkcji pozycji liniowej są porównywane ze znormalizowanymi wynikami przekształcenia prostego dla kolejnych średnic obiektów w funkcji pozycji liniowej.

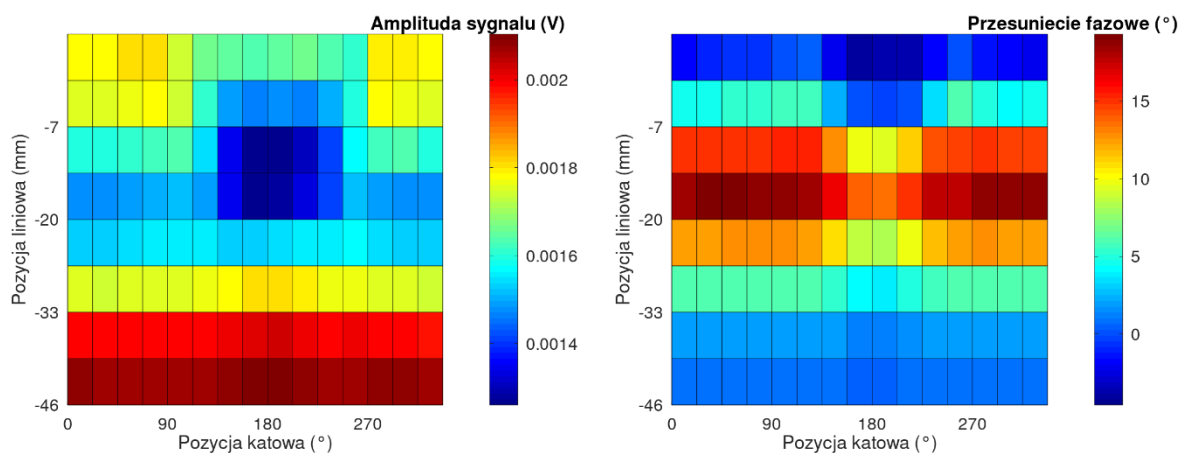
Dla każdej pary wyników liczona jest różnica średniokwadratowa pomiędzy znormalizowanymi wynikami pomiarów a danymi referencyjnymi przedstawionymi na rysunku 7.6. W rezultacie uzyskiwana jest macierz o wymiarze  $J = k \cdot l$ , gdzie  $k$  – liczba sprawdzanych średnic obiektów,  $l$  – liczba położeń kątowych obiektu.

W następnym kroku znajdowana jest najmniejsza wartość w macierzy współczynników dopasowania. Na podstawie współrzędnych tej wartości określana jest w przybliżeniu średnica

obiekty. Należy podkreślić, że jest to tylko początkowa wartość średnicy obiektu dla algorytmu optymalizacyjnego i może ulec zmianie podczas optymalizacji.

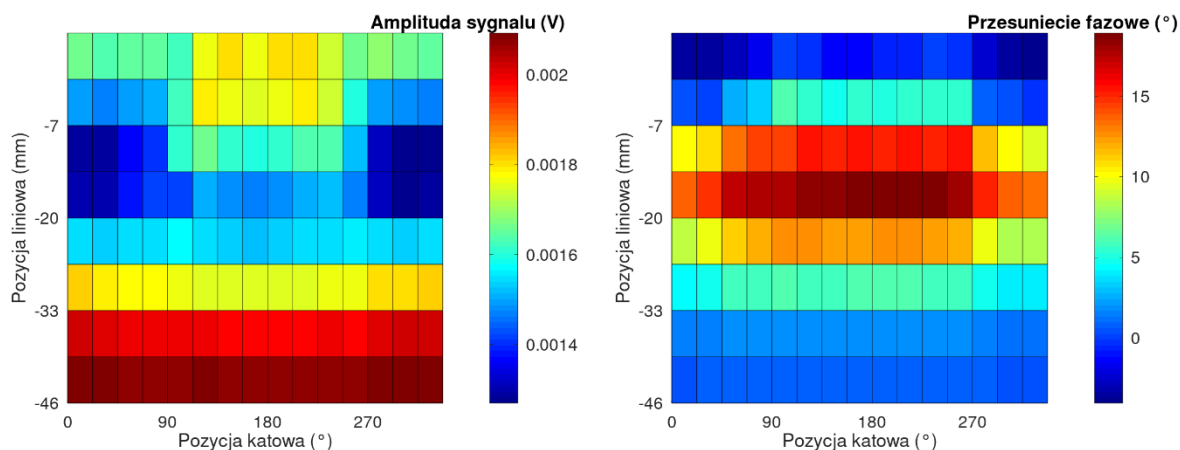
### Wstępny dobór kąta położenia nieciągłości modelowej

W celu określenia wpływu kąta położenia nieciągłości na wyniki pomiarów tomograficznych, przeprowadzono serię tomograficznych przekształceń prostych dla modeli obiektów o stałych średnicach i różnych kątach położenia nieciągłości modelowej. Niezbędne było uwzględnienie obrotu obiektu w każdej pozycji liniowej. W celu przyśpieszenia obliczeń tomograficzne przekształcenie proste przeprowadzono w punktach charakterystycznych określonych za pomocą metody przedstawionej w rozdziale 5.4. Zadany model obiektu posiadał stałą średnicę wynoszącą 30 mm oraz stałe parametry prostokątnej nieciągłości modelowej (szerokość 5 mm, głębokość wcięcia 1 mm). Przeprowadzono tomograficzne przekształcenia proste dla kątów początkowych nieciągłości modelowej w zakresie  $0 - 315^\circ$  ze skokiem  $45^\circ$ . Przykładowe wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla kątów  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $225^\circ$  przedstawiono odpowiednio na rysunkach 7.7-7.9.

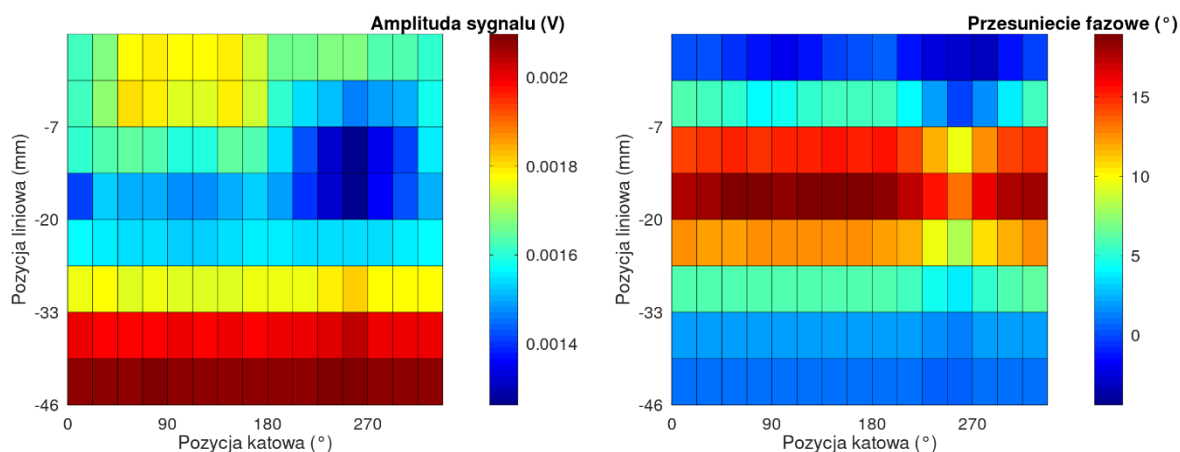


Rys. 7.7. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla nieciągłości modelowej pod kątem  $0^\circ$  [104]





Rys. 7.8. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla nieciągłości modelowej pod kątem  $45^\circ$  [104]



Rys. 7.9. Wyniki tomograficznego przekształcenia prostego dla nieciągłości modelowej pod kątem  $225^\circ$  [104]

Uzyskane wyniki jednoznacznie potwierdzają wpływ kąta położenia nieciągłości na uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia prostego oraz na wyniki pomiarów. Pozycja wartości minimalnych amplitudy sygnału pomiarowego wykazuje zależność od początkowego kąta położenia nieciągłości. Wartości przesunięcia fazowego, w odpowiadających punktach symulacji, również wykazują zauważalną zmianę, jednak lokalizacja widocznego przewężenia jest mniej efektywna i bardziej podatna na zakłócenia w sygnale.

Analiza danych amplitudy sygnału pomiarowego umożliwia określenie wstępnej wartości kąta, pod którym znajduje się nieciągłość modelowa względem osi cewek. Zaproponowana procedura polega na poszukiwaniu współrzędnych, w których średnia wartość w otoczeniu sprawdzanego punktu danych jest najmniejsza. Zaproponowana procedura wykorzystująca

filtrację danych za pomocą uśredniającej maski 3x3 pozwala na wyeliminowanie wpływu błędu pomiaru w pojedynczym punkcie.

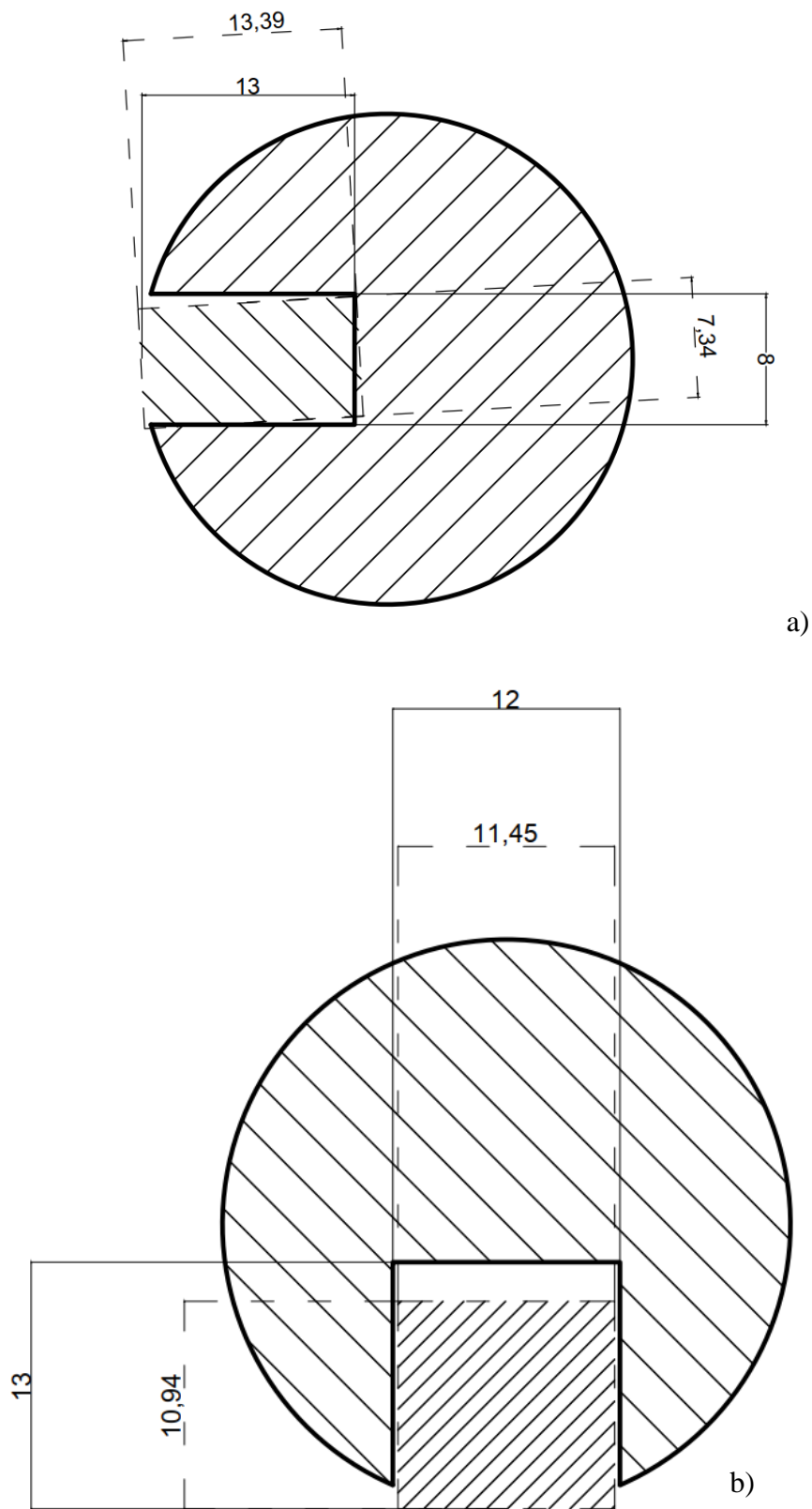
Dane pomiarowe amplitudy sygnału są skanowane z wykorzystaniem maski uśredniającej i znajdowane jest minimum globalne. Następnie współrzędna odpowiadająca za pozycję kątową minimum jest odpowiednio przeliczana na wartość początkowej pozycji kątowej. Należy podkreślić, że jest to tylko początkowa wartość kąta nieciągłości modelowej dla algorytmu optymalizacyjnego i może ulec zmianie podczas optymalizacji [104].

#### 7.4.2. Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego

Zebrane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego oraz rzeczywiste parametry nieciągłości w próbce przedstawiono w tabeli 7.3. Graficzne porównanie przykładowych rzeczywistych nieciągłości oraz uzyskanych nieciągłości modelowych przedstawiono na rysunku 7.10.

Tabela 7.3. Zestawienie wyników tomograficznego przekształcenia odwrotnego z rzeczywistymi parametrami próbki w optymalizacji czteroparametrowej

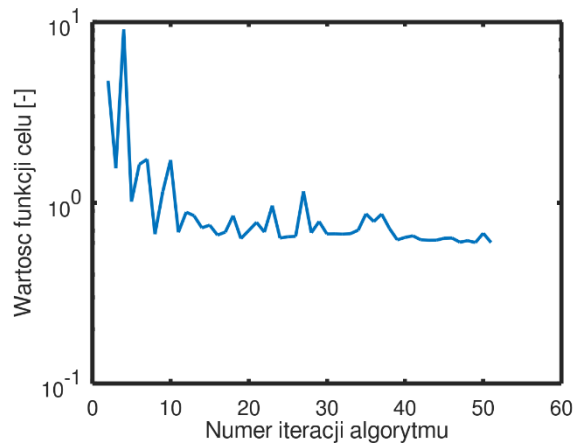
Rzeczywiste parametry próbki				Wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego			
R (mm)	$\alpha$ (°)	d (mm)	w (mm)	R (mm)	$\alpha$ (°)	d (mm)	w (mm)
15,00	270	13,00	8,00	14,64	266,8	13,39	7,34
15,00	45	13,00	2,00	14,80	45,67	12,91	2,16
15,00	180	13,00	6,00	14,73	181,2	12,43	5,84
15,00	180	13,00	12,00	14,75	180	10,94	11,45



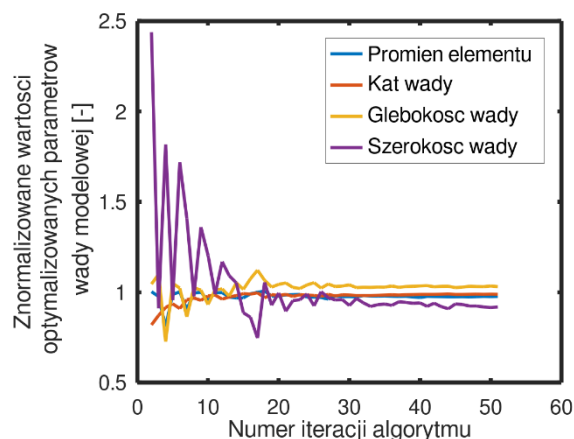
Rys. 7.10. Porównanie uzyskanych parametrów nieciągłości modelowej z rzeczywistymi: a) - wyniki dla nieciągłości o szerokości 8 mm, b) - wyniki dla nieciągłości o szerokości 2 mm

Uzyskane w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego parametry nieciągłości modelowej wykazują zadowalającą zgodność z rzeczywistymi. Niedokładność określenia promienia obiektu nie przekracza 0,5 mm. Największa różnica pomiędzy rzeczywistą a uzyskaną w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego wartością pozycji kątowej nieciągłości wynosi  $3,2^\circ$ , natomiast pozostałe różnice nie przekraczają  $2^\circ$ .

Niedokładności określenia szerokości wcięcia nie przekraczają 1 mm, natomiast głębokość nieciągłości została określona z błędem poniżej 2 mm. Potwierdza to poprawność zaproponowanego podejścia, wykorzystującego optymalizację ciągłą parametrów opisujących przekrój obiektu. Przykładowe przebiegi algorytmu optymalizującego przedstawiono na rysunkach 7.11 i 7.12.



Rys. 7.11. Przykładowy wykres wartości funkcji celu podczas tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej



Rys. 7.12. Przykładowy wykres znormalizowanych wartości optymalizowanych parametrów nieciągłości modelowej w poszczególnych iteracjach algorytmu optymalizującego

Analizując dane przedstawione na wykresie 7.11, można dostrzec, że przeszacowana została liczba iteracji algorytmu optymalizującego niezbędnych do osiągnięcia zbieżności algorytmu. Parametry osiągają stabilizację zbliżoną do końcowych wartości po ok. 30 iteracjach.

#### **7.4.3. Analiza powtarzalności wyników uzyskanych za pomocą tomograficznego przekształcenia odwrotnego**

Przeprowadzono badania powtarzalności przedstawionej metody tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej parametrów obiektu z nieciągłością modelową. Badania przeprowadzono na danych pomiarowych dla próbki wzorcowej, o szerokości nieciągłości 8 mm. Zestawienie uzyskanych wartości parametrów przedstawiono w tabeli 7.4. Obliczono średnią wartość uzyskanych parametrów oraz odchylenie standardowe serii danych. Ze względu na krótką serię pomiarową (liczba pomiarów w serii  $N < 30$ ) przyporządkowano wynikom rozkład t-Studenta. [109]W konsekwencji w celu wyznaczenia niepewności rozszerzonej wyniku pomiaru, wartość odchylenia standardowego pomnożono przez odpowiedni kwantyl rozkładu t-Studenta  $k_{\nu, \alpha}$ , gdzie  $\nu$  – liczba stopni swobody,  $\alpha$  – poziom istotności. Przyjmując poziom ufności  $P = 1 - \alpha = 0,95$ , dla liczby stopni swobody  $\nu = N - 1$  (gdzie  $N$  – liczba pomiarów w serii) z tablic [110] odczytano wartość kwantylu  $k_{0,95, 2} = 4,3$ .

Tab. 7.4. Analiza niepewności tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej

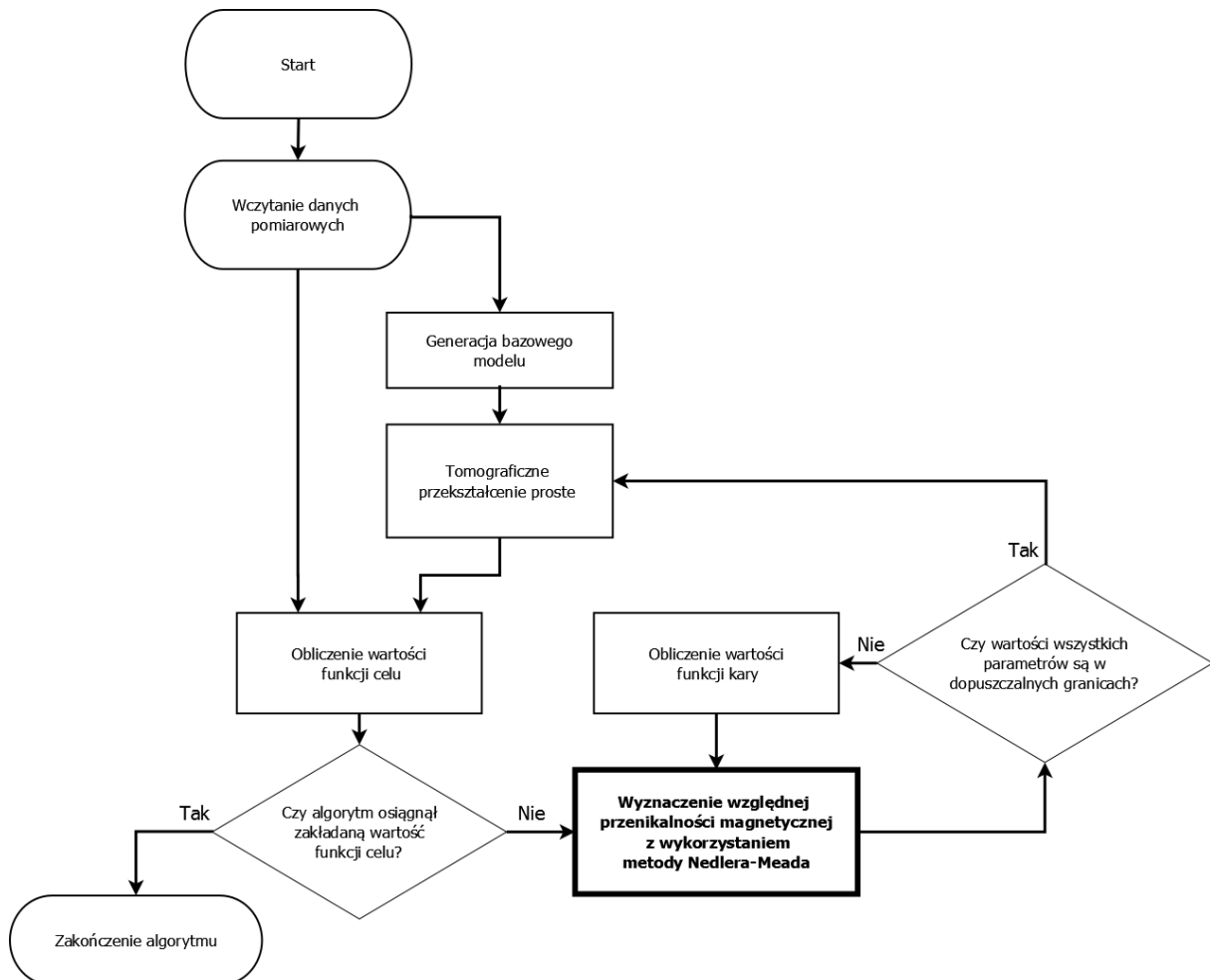
<b>Szukane parametry obiektu</b>	<b>R (mm)</b>	<b><math>\alpha</math> (°)</b>	<b>d (mm)</b>	<b>w (mm)</b>
Rzeczywiste parametry próbki	15,00	270	13,00	8,00
Wynik 1	14,64	266,8	13,39	7,34
Wynik 2	14,81	268,3	13,21	7,84
Wynik 3	14,62	268,3	13,45	7,56
Wartość średnia parametru	14,72	267,80	13,35	7,58
Odchylenie standardowe	0,09	0,87	0,12	0,25
Niepewność rozszerzona	0,45	3,72	0,54	1,08
Różnica między wartością rzeczywistą parametru a średnią wartością uzyskaną w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego	0,28	2,20	-0,35	0,42

Przedstawione pozwalają uznać przedstawioną metodę za poprawną. Należy podkreślić, że uzyskane w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego wyniki mieszczą się w przedziale niepewności rozszerzonej (dla  $\alpha = 0,05$  i 2 stopni swobody) wyniku pomiaru rzeczywistych parametrów. Szczegółowe określenie powtarzalności i poprawności metody wymaga zwiększenia serii danych i wielokrotnej realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego, co wiąże się ze znacznym kosztem obliczeniowym.

#### **7.5. Przykład zastosowania tomograficznego przekształcenia odwrotnego do wyznaczenia przenikalności magnetycznej próbki tulejowej**

Opracowane tomograficzne przekształcenie odwrotne może być zastosowane do określenia parametrów materiału z którego wykonany jest obiekt. Zaimplementowano algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazujący na optymalizacji ciągłej. Optymalizowanym parametrem była względna przenikalność magnetyczna  $\mu_r$  materiału, z którego wykonany jest obiekt. Analogicznie jak we wcześniej przedstawionych przykładach, zastosowano metodę Nelder-Meada. Niezbędne było wprowadzenie ograniczeń dla

optymalizowanego parametru. Dolną granicą optymalizowanej zmiennej było 1 (odpowiadające przenikalności magnetycznej próżni) natomiast górna granica wynosiła 2 000 000 (odpowiadające podwojonej wartości względnej przenikalności materiału Metglas [111]). Zastosowany algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej pojedynczego parametru przedstawiono na rysunku 7.13.



Rys.7.13. Algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazującego na optymalizacji ciągłej pojedynczego parametru

Badania przeprowadzono dla danych pomiarowych próbki tulejowej, przedstawionych w rozdziale 4.3.1. W próbce tulejowej zwiększano ciśnienie, co powodowało wzrost naprężeń w materiale. W wyniku efektu magnetoelastycznego [74] następowała zmiana przenikalności magnetycznej obiektu, co wpływało na uzyskane wyniki pomiaru.

Jako wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego uzyskano wartości przenikalności materiału próbki. Wyniki porównano z wartościami przenikalności magnetycznej tego samego materiału pod naprężeniami. Wyniki te były uzyskane standardową

metodą pomiarów magnetoelastycznych, wykorzystujących pomiary pętli histerezy magnetycznej próbek ramkowych. Na bazie uzyskanych danych możliwe jest wyznaczenie wartości względnej przenikalności magnetycznej materiału  $\mu_r$  oraz określenie wpływu naprężeń w materiale na jego wartość. Należy podkreślić, że porównano wyniki dla niskich wartości pola magnetycznego [112], co odwzorowuje warunki pomiaru i intensywność pola magnetycznego w tomografii wiroprowadowym. Wyniki zestawiono w tabeli 7.5.

Tab. 7.5. Porównanie wartości względnej przenikalności magnetycznej  $\mu$  uzyskanej różnymi metodami

<b>Naprężenia w próbce (MPa)</b>	<b>Wartość względnej przenikalności magnetycznej <math>\mu_r</math> uzyskanej w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego</b>	<b>Wartość względnej przenikalności magnetycznej <math>\mu_r</math></b>	<b>Błąd względny wyznaczenia wartości <math>\mu</math> (%)</b>
<b>0</b>	81,2	80	1,5
<b>30</b>	68,1	66,8	1,9

Uzyskane, w wyniku tomograficznego przekształcenia odwrotnego, wartości względnej przenikalności magnetycznej  $\mu_r$  prezentują zgodność z wynikami uzyskanymi standardową metodą. Potwierdza to poprawność implementacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego oraz możliwość jego zastosowania do badań efektu magnetoelastycznego. Wadą rozwiązania jest konieczność przygotowania próbek tulejowych o odpowiednim kształcie.

## 7.6. Wnioski

Przedstawiono propozycję realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego z zastosowaniem optymalizacji ciągłej. W procesie optymalizacji ciągłej wyznaczone były parametry opisujące model obiektu. Zaimplementowano i przeprowadzono badania przedstawionej metody w trzech wariantach:



- wyznaczenie jedynie parametrów nieciągłości modelowej – szerokości oraz głębokości wcięcia,
- wyznaczenie wszystkich parametrów opisujących przekrój obiektu cylindrycznego z nieciągłością modelową,
- wyznaczenie wartości względnej przenikalności magnetycznej materiału, z którego wykonana jest próbka tulejowa.

Każda z implementacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego wymagała pewnych modyfikacji algorytmu. W przypadku wyznaczania parametrów nieciągłości modelowej nie przeprowadzono analizy danych pomiarowych w celu określenia początkowych wartości wyznaczanych parametrów. Analizę tę zaimplementowano na potrzeby wariantu drugiego – wyznaczania czterech parametrów, za pomocą których możliwy jest opis przekroju obiektu cylindrycznego z nieciągłością modelową. Ostatnia przedstawiona implementacja tomograficznego przekształcenia odwrotnego bazowała na optymalizacji pojedynczego parametru – względnej przenikalności magnetycznej. Ze względu na zastosowanie próbki osiowosymetrycznej, nie było potrzeby uwzględniania obrotu obiektu. Dzięki temu możliwe było przeprowadzanie tomograficznego przekształcenia prostego dla wszystkich punktów liniowych. Z tego powodu nie było konieczne przeprowadzanie selekcji punktów pomiarowych.

Uzyskane wyniki tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej parametrów nieciągłości potwierdzają możliwość zastosowania tomografii wiroprowadowej w badaniach nieniszczących. Stanowi to dowód tezy rozprawy: Zastosowanie zaproponowanego algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego umożliwia określenie parametrów obiektu odwzorowujących nieciągłość rzeczywistą z dokładnością wymaganą do zastosowań praktycznych. Porównując dane przedstawione w tabelach 7.1 i 7.4 można zauważyć, że zwiększenie liczby wyznaczanych parametrów skutkowało większymi różnicami, pomiędzy rzeczywistymi wartościami a wynikami tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Uzyskane wyniki parametrów nieciągłości modelowej mieszczą się w granicach niepewności rozszerzonej przedstawionej metody na poziomie  $2\sigma$ .

## 8. Wytyczne do budowy systemów tomograficznych na potrzeby badań nieniszczących

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz wykazano, że tomografia wiropądowa może być stosowana praktycznie w pomiarach do celów przemysłowych. Zastosowanie to wymaga jednak zarówno precyzyjnego określenia zarówno celu pomiarowego, jak i znanych parametrów obiektu pomiarowego.

W celu zmniejszenia kosztu obliczeniowego odwrotnego przekształcenia tomografii wiropądowej, należy zmniejszyć liczbę punktów pomiarowych tak, aby nie pogorszyć jakości wyników pomiarów. Jako kryterium wyznaczenia liczby punktów pomiarowych należy przyjąć opisane w rozdziale 5.5 założenie, wiążące niepewność wprowadzaną przez interpolację wartości pomiaru pomiędzy punktami z niepewnością pomiarową.

Tomografia wiropądowa, tak jak metoda wiropądowa w badaniach nieniszczących, umożliwi detekcję nieciągłości w warstwie wierzchniej. Głębokość możliwej detekcji nieciągłości jest określona przez głębokość wnikania prądów wirowych, zgodnie z zależnością podaną w rozdziale 3.2. Zmniejszanie częstotliwości pola magnesującego zwiększa głębokość wnikania prądów wirowych, lecz zmniejsza także amplitudę sygnału na cewce pomiarowej. Dlatego przyjęto, że do większości zastosowań praktycznych, zalecana częstotliwość pola magnesującego to 2 kHz.

Ponieważ, ze względu na występowanie minimów lokalnych, nie jest możliwa realizacja dyskretnego przekształcenia tomograficznego, nieciągłości w materiale należy odwzorowywać za pomocą nieciągłości modelowych o przekroju prostokątnym. Wobec tego, obiekt o symetrii walcowej z nieciągłością modelową opisany jest poprzez cztery parametry:

- promień obiektu  $R$ ,
- pozycję kątową nieciągłości  $\alpha$ ,
- szerokość nieciągłości  $w$ ,
- głębokość nieciągłości  $d$ .

Przed przystąpieniem do pomiarów, należy zadbać, aby obiekt mierzony był odpowiednio dokładnie wycentrowany. Błąd spowodowany niewspółosiowym zamocowaniem obiektu na stoliku obrotowym, powinien być mniejszy od niepewności pomiaru sygnału na cewce pomiarowej tomografu.

Aby zminimalizować koszt obliczeniowy odwrotnego przekształcenia tomograficznego należy wstępnie ustalić, które z parametrów obiektu i wady modelowej muszą być wyznaczone obliczeniowo, a które mogą być przyjęte na podstawie wstępnej analizy obiektu badanego. Jak

wykazano w rozdziale 7.4, możliwa jest identyfikacja do czterech parametrów (promienia walca i trzech parametrów nieciągłości modelowej), jednak wymaga to wstępnej identyfikacji promienia i położenia nieciągłości modelowej.

Przedstawione wyniki badań wskazują, że możliwości zastosowania tomografii wiroprowadowej do badań obiektów w trakcie procesu produkcyjnego są ograniczone przez długi czas pomiaru i znaczny koszt obliczeniowy odwrotnego przekształcenia tomograficznego. Z tego względu tomografia wiroprowadowa może być stosowana w jednostkowych badaniach obiektów o specjalnym znaczeniu z punktu widzenia ich niezawodności.

## 9. Podsumowanie

W ramach pracy zaproponowano zastosowanie tomografii wiroprowadowej do badań nieniszczących obiektów osiowosymetrycznych. Przedstawiono konstrukcję stanowiska pomiarowego oraz uzyskane wyniki badań na próbkach wzorcowych.

Opracowano i przedstawiono metodykę realizacji tomograficznego przekształcenia prostego z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych z wykorzystaniem oprogramowania dostępnego na licencji open-source. Przedstawiono metodykę określenia kluczowych parametrów symulacji:

- maksymalnego rozmiaru obiektu w siatce skończenie elementowej,
- określono optymalną wartość kryterium zbieżności modelowania MES, uwzględniając zarówno poprawność modelowania, jak i koszt obliczeniowy.

Przedstawiono i zaimplementowano propozycje zmniejszenia kosztu obliczeniowego podczas realizacji tomograficznego przekształcenia prostego, co przekłada się na znaczne skrócenie czasu realizacji tomograficznego przekształcenia odwrotnego.

Zaproponowano, zaimplementowano i zbadano algorytm tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji dyskretnej. Uzyskane wyniki nie umożliwiły określenia charakteru nieciągłości ze względu na podatność algorytmu do znajdowania minimum lokalnego. Na ich podstawie określono, że tomograficzne przekształcenie odwrotne powinno skupiać się na określeniu krawędzi badanego obiektu.

W ramach pracy zaproponowano, zaimplementowano oraz przebadano właściwości algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej parametrów nieciągłości modelowej. Przeprowadzono badania zaproponowanej metody w wariantach różniących się ilością wyznaczanych parametrów obiektu.

Uzyskane wyniki potwierdzają poprawność tej metody, do zastosowań w badaniach nieniszczących, co stanowi dowód tezy rozprawy. Zastosowanie zaproponowanego algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego umożliwiło na określenie parametrów nieciągłości modelowej z dokładnością wymaganą do zastosowań praktycznych. Zwiększenie liczby wyznaczanych parametrów opisujących przekrój obiektu, skutkowało nieznacznie większymi różnicami pomiędzy uzyskanymi danymi a rzeczywistymi parametrami próbki. Przedstawiono możliwość określenia zmiany przenikalności materiału, spowodowanej efektem magnetoelastycznym, na podstawie tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem optymalizacji ciągłej.

Należy podkreślić, że do tej pory w literaturze nie przedstawiono algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego z wykorzystaniem modelowania trójwymiarowego rozkładu pola elektromagnetycznego oraz powiązanych z nim prądów wirowych. Dlatego rozwiązanie zaproponowane w pracy stanowi poszerzenie stanu wiedzy w zakresie tomografii wiroprowej.

## 10. Kierunki dalszych prac

Przedstawione ramach pracy badania oraz opracowana metoda tomograficznego przekształcenia odwrotnego w tomografii wiroprowadowej stwarzają podstawy do dalszego rozwoju tej metody w kontekście badań nieniszczących. W tym zakresie można wyróżnić następujące kierunki dalszych prac:

1. Określenie wpływu ilości punktów, w których przeprowadzane jest tomograficzne przekształcenie proste na dokładność uzyskiwanych wyników tomograficznego przekształcenia odwrotnego. Dzięki temu możliwa będzie dalsza poprawa kosztu obliczeniowego i szybkości przedstawionej metody.

2. Dobór odpowiedniego algorytmu optymalizującego. Rozważyć można zastosowanie optymalizacji za pomocą roju cząstek (ang. Particle Swarm Optimization [113]) bądź metodę gradientów sprzężonych [87]. Metoda roju cząstek jest bardziej odporna na występowanie minimów lokalnych, co może poprawić efektywność algorytmu tomograficznego przekształcenia odwrotnego.

3. Dobór odpowiedniego, bardziej uniwersalnego kształtu nieciągłości modelowej. Rozważyć można zastosowanie nieciągłości modelowej w postaci wałka, pojedynczej kuli lub kilku kul.

4. Zwiększenie zaawansowania tomograficznego przekształcenia odwrotnego, poprzez pominięcie przyjętego uproszczenia o ciągłości materiału w osi z obiektu (założenia stałego przekroju na całej długości elementu) oraz przeprowadzanie badań dla kolejnych wysokości układu cewek.

## Bibliografia

- [1] A. Lewińska-Romicka, *Badania nieniszczące*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2001.
- [2] G. Jeziński, *Radiografia Przemysłowa*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1993.
- [3] L. Sozański, „Wybrane normy badań magnetyczno-proszkowych złączy spawanych,” *Przegląd Spawalnictwa*, nr 10, pp. 58-60, 2012.
- [4] A. Kondej, T. Babul i S. Jończyk, „Aparatura i możliwości badań nieniszczących metodą prądów wirowych w Instytucie Mechaniki Precyzyjnej,” *Badania Nieniszczące i Diagnostyka*, nr 3, pp. 38-42, 2017.
- [5] A. Drzewiecki, „Współczesne metody przeprowadzania badań nieniszczących złączy spawanych. Opis technologii przeprowadzania badań, ze szczególnym uwzględnieniem metod ultradźwiękowych. Trendy w rozwoju badań nieniszczących,” *Inżynieria Bezpieczeństwa Obiektów Antropogenicznych*, tom 2, pp. 19-24, 2016.
- [6] P. Irek, J. Słania i L. Grolik, „Czas wywoływania w badaniach szczelności metodą penetracyjną w aluminium i jego stopach,” *Badania Nieniszczące i Diagnostyka*, nr 1, pp. 19-21, 2018.
- [7] B. Marija, B. Fahlbruch, C. Müller, J. Pitkänen, U. Ronneteg, M. Gaal, D. Kanzler, U. Ewert i D. Schombach, „Human factors approach to the acquisition and evaluation of NDT data,” *18th World Conference on Nondestructive Testing, Durban, South Africa*, pp. 16-20, 2012.
- [8] T. Kowaluk i A. Woźniak, „Accuracy of X-ray computed tomography for dimensional metrology with employment of a new threshold selection method.,” *Journal of X-Ray Science and Technology*, tom 26, nr 5, pp. 833-841, 2018.
- [9] C. Sensen i B. Hallgrisson, Redaktorzy, *Advanced Imaging in Biology and Medicine: Technology, Software Environments, Applications*, Berlin: Springer-Verlag, 2009.

- [10] L. de Chiffre, S. Carmignato, J.-P. Kruth, R. Schmitt i A. Weckenmann, „Industrial applications of computed tomography,” *CIRP Annals*, tom 63, nr 2, pp. 655-677, 2014.
- [11] V. Alonisi i S. Carmignato, „Influence of surface roughness on X-ray computed tomography dimensional measurements of additive manufactured parts,” *Case Studies in Nondestructive Testing and Evaluation*, nr 6, pp. 104-110, 2016.
- [12] O. Petruk, P. Nowak i R. Szewczyk, „Implementation of Conductance Tomography in Detection of the Hall Sensors Inhomogeneity,” *Acta Physica Polonica A*, tom 131, nr 4, pp. 1186-1188, 2017.
- [13] J. Baruchel, J.-Y. Buffiere i E. Marie, X-ray tomography in material science, Paryż: Hermes science publications, 2000.
- [14] N. Mitsiopoulos, R. Baumgartner, S. Heymsfield, W. Lyons, D. Gallagher i R. Ross, „Cadaver validation of skeletal muscle measurement by magnetic resonance imaging and computerized tomography,” *Journal of Applied Physiology*, tom 85, nr 1, pp. 115-122, 1998.
- [15] D. Bailey, D. Townsend, P. Valk i M. Maisey, Redaktorzy, Positron Emission Tomography, Londyn: Springer-Verlag, 2005.
- [16] D. Fraser i M. Wang, „Electrical resistance tomography for process applications.,” *Measurement Science and Technology*, tom 7, nr 3, pp. 247-260, 1996.
- [17] D. Holder, Electrical impedance tomography: methods, history and applications, Boca Raton: CRC Press, 2004.
- [18] W. Yang i L. Peng, „Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography,” *Measurement Science and Technology*, tom 14, nr 1, pp. R1-R13, 2002.
- [19] K. Schabowicz, „Ultrasonic tomography – the latest non- destructive technique for testing concrete members – description: test methodology, application example,” *Archives of Civil and Mechanical Engineering* , tom 14, nr 2, pp. 295-303, 2014.



- [20] A. Milstein, S. Oh, K. Webb, C. Boumann, Q. Zhang, D. Boas i R. Millane, „Fluorescence optical diffusion tomography,” *Applied Optics*, tom 42, nr 16, pp. 3081-3094, 2003.
- [21] X. Minghua i L. Wang, „Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography,” *Physical Review E*, tom 71, nr 1, p. 016706, 2005.
- [22] T. Kowaluk i A. Woźniak, „A new threshold selection method for X-ray computed tomography for dimensional metrology,” *Precision Engineering*, tom 50, pp. 449-454, 2017.
- [23] C. F. Weber, „Analysis and solution of the ill-posed inverse heat conduction problem,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, tom 24, nr 11, pp. 1783-1792, 1981.
- [24] Z. Cui, Q. Wang, Q. Xue, W. Fan, L. Zhang, Z. Cao, B. Sun, H. Wang i W. Yang, „A review on image reconstruction algorithms for electrical capacitance/resistance tomography.,” *Sensor Review*, tom 36, nr 4, pp. 429-445, 2016.
- [25] C.-E. Agu, L.-A. Tokheim, M. Eikeland i B. Moldestad, „Determination of onset of bubbling and slugging in a fluidized bed using a dual-plane electrical capacitance tomography system.,” *Chemical Engineering Journal*, tom 328, pp. 997-1008, 2017.
- [26] J.-M. Jin, *The finite element method in electromagnetics.*, New Jersey: John Wiley & Sons, 2015.
- [27] P. K. Banerjee, *The Boundary Element Methods in Engineering*, Londyn: McGraw-Hill, 1994.
- [28] R. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [29] D. Premel i A. Mohammad-Djafari, „Eddy current tomography in cylindrical geometry,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 31, nr 3, pp. 2000-2003, 1995.
- [30] D. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [31] R. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics*, Boston: Addison–Wesley, 2005.

- [32] P. Nowak, M. Nowicki, K. Gromada i R. Szewczyk, „Utilization of Electromagnetic Tomography for Ferrite Rings Testing,” *Acta Physica Polonica A*, tom 133, nr 4, p. 1045, 2017.
- [33] M. Soleimani, „Simultaneous reconstruction of permeability and conductivity in magnetic induction tomography,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, tom 23, nr 5-6, pp. 785-798, 2009.
- [34] J. Salach, R. Szewczyk i M. Nowicki, „Eddy current tomography for testing of ferromagnetic and non-magnetic materials,” *Measurement Science and Technology*, tom 25, nr 2, p. 025902, 2014.
- [35] J. Salach, „Non-destructive testing of cylindrical ferromagnetic and non-magnetic materials using eddy current tomography,” w *Mechatronics-Ideas for Industrial Application*, Berlin, Springer, Cham, 2015, pp. 373-380.
- [36] M. Soleimani, W. R. B. Lionheart, A. J. Peyton i X. Ma, „Image reconstruction in 3D magnetic induction tomography using a FEM forward model,” *Proc. 3rd World Congr. Industrial Process Tomography*, pp. 252-255, 2003.
- [37] X. Ma, S. Higson, A. Lyons i A. Peyton, „Development of a fast electromagnetic induction tomography system for metal process applications,” *Proc. 4th World Congr. Industrial Process Tomography*, pp. 196-201, 2005.
- [38] M. Soleimani i A. Tamburrino, „Shape reconstruction in magnetic induction tomography using multifrequency data,” *International Journal of Information and System Sciences*, tom 2, nr 3, pp. 343-353, 2006.
- [39] L. Ma i M. Soleimani, „Magnetic induction spectroscopy for permeability imaging,” *Scientific reports*, tom 8, nr 1, p. 7025, 2018.
- [40] L. Ma, S. Spangul i M. Soleimani, „Metal Solidification Imaging Process by Magnetic Induction Tomography,” *Scientific reports*, tom 7, nr 1, p. 14502, 2017.
- [41] R. Binns, A. R. Lyons, A. J. Peyton i W. D. N. Pritchard, „Imaging molten steel flow profiles,” *Measurement Science and Technology*, tom 12, nr 8, p. 1132, 2001.

- [42] M. Soleimani, „Sensitivity maps in three-dimensional magnetic induction tomography,” *Insight-Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, tom 48, nr 1, pp. 39-44, 2006.
- [43] F. Natterer, *The Mathematics of Computerised Tomography*, Filadelfia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.
- [44] A. Tamburrino i G. Rubinacci, „Fast methods for quantitative eddy-current tomography of conductive materials,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 42, nr 8, pp. 2017-2028, 2006.
- [45] A. Tamburrino, F. Calvano, S. Ventre i G. Rubinacci, „Non-iterative imaging method for experimental data inversion in eddy current tomography,” *NDT & E International*, tom 47, pp. 26-34, 2012.
- [46] M. Turner, „Stiffness and deflection analysis of complex structures,” *Journal of the Aeronautical Sciences*, tom 23, nr 9, pp. 805-823, 1956.
- [47] D. Deng, „FEM prediction of welding residual stress and distortion in carbon steel considering phase transformation effects,” *Materials & Design*, tom 30, nr 2, pp. 359-366, 2009.
- [48] Y. Matsushita, M. Kitoh, K. Mizuta, H. Ikeda i T. Suetsugu, „Two-dimensional FEM analysis of hydroxyapatite implants: diameter effects on stress distribution,” *The Journal of oral implantology*, tom 16, nr 1, pp. 6-11, 1990.
- [49] P. Peyre, A. Sollier, I. Chaieb, L. Berthe, E. Bartnicki, C. Braham i R. Fabbro, „FEM simulation of residual stresses induced by laser peening,” *The European Physical Journal-Applied Physics*, tom 23, nr 2, pp. 83-88, 2003.
- [50] B. N. Jiang i L. A. Povinelli, „Least-squares finite element method for fluid dynamics,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, tom 81, nr 1, pp. 13-37, 1990.

- [51] M. Safinowski, M. Szudarek, R. Szewczyk i W. Winiarski, „Capabilities of an Open-Source Software, Elmer FEM, in Finite Element Analysis of Fluid Flow,” *International Conference on Systems, Control and Information Technologies 2016*, pp. 118-126, 2016.
- [52] Q. Yang, V. Jones i L. McCue, „Free-surface flow interactions with deformable structures using an SPH–FEM model,” *Ocean engineering*, tom 55, pp. 136-147, 2012.
- [53] A. Praczukowska, M. Nowicki i J. Pełka, „FEM Modelling and Thermography Validation of Thermal Flow,” *In International Conference on Systems, Control and Information Technologies 2016*, pp. 135-143, 2016.
- [54] Z. Ji i S. Wu, „FEM simulation of the temperature field during the laser forming of sheet metal,” *Journal of Materials Processing Technology*, tom 74, nr 1-3, pp. 89-95, 1998.
- [55] C. Wang, L. Cheng i Z. Zhao, „FEM analysis of the temperature and stress distribution in spark plasma sintering: Modelling and experimental validation,” *Computational materials science*, tom 49, nr 2, pp. 351-362, 2010.
- [56] A. Praczukowska, M. Nowicki, J. Salach i R. Szewczyk, „Modelling The Magnetic Field Distribution In The Magnetic Susceptibility Balance Design,” *Journal of Electrical Engineering-Elektrotechnicky Casopis*, tom 66, nr 7, pp. 74-77, 2015.
- [57] P. Nowak, P. Rozum i R. Szewczyk, „FEM–Based Simulations of Selected Setups of Magnetic Field Tomography,” *International Conference Mechatronics*, pp. 395-401, 2017.
- [58] D. Davidson, *Computational electromagnetics for RF and microwave engineering*, Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [59] P. Nowak, M. Nowicki i R. Szewczyk, „FEM-Based Forward Eddy Current Tomography Transformation for Automotive Industry,” *Advances in Intelligent Systems and Computing*, tom 743, pp. 688-693, 2018.
- [60] P. Nowak i R. Szewczyk, „Error Analysis of the Finite Element Method Calculations Depending on the Operating Range,” *Advances in Intelligent Systems and Computing*, tom 543, pp. 75-81, 2017.

- [61] E. Napieralska - Juszcak i K. Komęza, Modelowanie pola elektromagnetycznego w rdzeniach anizotropowych, Łódź: Monografie Politechniki Łódzkiej, 2012.
- [62] P. Råback, M. Malinen, J. Ruokolainen, A. Pursula i T. Zwinger, Elmer Models Manual, Helsinki: CSC–IT Center for Science, 2013.
- [63] R. Farwig, H. Kozono i H. Sohr, „On the Helmholtz decomposition in general unbounded domains,” *Archiv der Mathematik*, tom 88, nr 3, pp. 239-248, 2007.
- [64] T. J. Hughes, The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis, Courier Corporation, 2012.
- [65] P. Nowak, „Magnetoelastic Effect Detection with the Usage of Eddy Current Tomography,” *Materials*, tom 12, nr 3, p. 346, 2019.
- [66] P. Horowitz i W. Hill, The art of electronics., Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [67] J. Salach i R. Szewczyk, „Układ tomografu wiroprowodowego wysokiej rozdzielczości oraz możliwości filtracji sygnału pomiarowego,” *Pomiary Automatyka Robotyka*, tom 17, pp. 112-115, 2013.
- [68] W. Tłaczała, Środowisko LabView TM w eksperymencie wspomaganym komputerowo, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2005.
- [69] M. Rydberg i U. Smith, „Rydberg, M., & Smith, U.,” *IEEE transactions on electron devices*, tom 47, nr 2, pp. 417-426, 2000.
- [70] A. Juś, P. Nowak, R. Szewczyk, M. Nowicki, W. Winiarski i W. Radzikowska, „Assessment of temperature coefficient of extremely stable resistors for industrial applications,” *Mechatronics-Ideas for Industrial Application*, pp. 297-306, 2015.
- [71] B. D. Cullity i C. D. Graham, Introduction to Magnetic Materials, New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.
- [72] E. Villari, „Change of magnetization by tension and by electric current,” *Annual Review of Physical Chemistry*, tom 126, pp. 87-122, 1865.

- [73] R. Szewczyk, „Stress-induced anisotropy and stress dependence of saturation magnetostriction in the Jiles-Atherton-Sablik model of the magnetoelastic Villari effect.,” *Archives of Metallurgy and Materials*, tom 61, pp. 607-612, 2016.
- [74] J. Salach, R. Szewczyk, A. Bienkowski, A. Kolano-Burian i M. Falkowski, „New Method of Measurement of the Magnetoelastic Characteristics for Tensile Stresses,” *Acta Physica Polonica A*, tom 118, pp. 775-777, 2010.
- [75] C. Cappello, D. Zonta, H. Ait Laasri, B. Glisic i M. Wang, „Calibration of Elasto-Magnetic Sensors on In-Service Cable-Stayed Bridges for Stress Monitoring,” *Sensors*, tom 18, p. 446, 2018.
- [76] G. B. Sinclair i J. E. Helms, „ A review of simple formulae for elastic hoop stresses in cylindrical and spherical pressure vessels: What can be used when,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, tom 128, pp. 1-7, 2015.
- [77] J. W. Eaton, D. Bateman i S. Hauberg, GNU Octave manual, Bristol: Network Theory Ltd., 2002.
- [78] R. Szewczyk, J. Salach, J. Ruokolainen, P. Råback, K. Stefko i M. Nowicki, „Noise assessment in Whitney elements based forward transformation for high resolution eddy current tomography,” *Progress in Automation, Robotics and Measuring Techniques*, pp. 219-224, 2015.
- [79] J. Schöberl, „NETGEN An advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules.,” *Computing and visualization in science*, tom 1, nr 1, pp. 41-52, 1997.
- [80] D. H. Laidlaw, W. B. Trumbore i J. F. Hughes, „Constructive solid geometry for polyhedral objects.,” *ACM SIGGRAPH computer graphics*, tom 20, nr 4, pp. 161-170, 1986.
- [81] J. Dobrodziej, T. Wójcicki i A. Pisarek, „Modelowanie z wykorzystaniem grafiki wektorowej w systemie symulacji procesów obróbki plastycznej na zimno,” *Problemy Eksploatacji*, tom 3, pp. 7-20, 2006.

- [82] H. C. Wu, „The Karush–Kuhn–Tucker optimality conditions in an optimization problem with interval-valued objective function.,” *European Journal of Operational Research*, tom 176, nr 1, pp. 46-59, 2007.
- [83] T. J. Ypma, „Historical development of the Newton–Raphson method,” *SIAM review*, tom 37, nr 4, pp. 531-551, 1995.
- [84] I. J. Lustig, R. E. Marsten i D. F. Shanno, „On implementing Mehrotra’s predictor–corrector interior-point method for linear programming,” *SIAM Journal on Optimization*, tom 2, nr 3, pp. 435-449, 1992.
- [85] R. Löhner i P. Parikh, „Generation of three-dimensional unstructured grids by the advancing-front method,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, tom 8, nr 10, pp. 1135-1149, 1988.
- [86] L. P. Chew, „Constrained delaunay triangulations,” *Algorithmica*, tom 4, nr 1-4, pp. 97-108, 1989.
- [87] G. L. Sleijpen i D. R. Fokkema, „BiCGstab (l) for linear equations involving unsymmetric matrices with complex spectrum.,” *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, tom 1, nr 11, p. 2000, 1993.
- [88] E. L. Bronaugh, „Helmholtz coils for calibration of probes and sensors: limits of magnetic field accuracy and uniformity.,” *IEEE Proceedings of International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 72-76, 1995.
- [89] J. T. Conway, „Exact solutions for the magnetic fields of axisymmetric solenoids and current distributions.,” *IEEE transactions on magnetics*, tom 37, nr 4, pp. 2977-2988, 2001.
- [90] S. Tumański, *Handbook of Magnetic Measurements*, Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [91] P. Nowak, „Validation of finite element method solver for utilization in eddy current tomography,” *Advanced Mechatronics Solutions*, pp. 173-179, 2016.

- [92] R. K. Cacak i J. R. Craig, „Magnetic Field Uniformity around Near-Helmholtz Coil Configurations,” *Review of Scientific Instruments*, tom 40, nr 11, pp. 1468-1470, 1969.
- [93] N. Moës, E. Béchet i M. Tourbier, „Imposing Dirichlet boundary conditions in the extended finite element method,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, tom 67, nr 12, pp. 1641-1669, 2006.
- [94] S. Butterworth, „On the theory of filter amplifiers,” *Wireless Engineer*, tom 7, nr 6, pp. 536-541, 1930.
- [95] Z. Ren, „Degenerated Whitney prism elements-general nodal and edge shell elements for field computation in thin structures,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 34, nr 5, pp. 2547-2550, 1998.
- [96] P. Nowak i R. Szewczyk, „Midpoint detection and mesh optimisation for forward eddy current tomography transformation,” *Proceedings of the 21st International Conference on Applied Physics of Condensed Matter (APCOM 2015).—Štrbské Pleso, Slovakia*, pp. 198-201, 2015.
- [97] I. J. Schoenberg, „Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part B. On the problem of osculatory interpolation. A second class of analytic approximation formulae,” *Quarterly of Applied Mathematics*, tom 4, nr 2, pp. 112-141, 1946.
- [98] B. Fornberg i J. Zuev, „The Runge phenomenon and spatially variable shape parameters in RBF interpolation,” *Computers & Mathematics with Applications*, tom 54, nr 3, pp. 379-398, 2007.
- [99] P. Nowak, R. Szewczyk, R. Ugodziński i P. Bazydło, „Optimization of interpolation for improved numeric calculation of forward eddy current tomography transformation,” *International Conference Automation*, pp. 481-487, 2017.
- [100] L. De Branges, „The Stone-Weierstrass theorem,” *Proceedings of the American Mathematical Society*, tom 10, nr 5, pp. 822-824, 1959.



- [101] R. Szewczyk, „Frequency dependence of the sensitivity of an eddy current tomography system,” w *Proc. Int. Conf. “Problems and Progress in Metrology PPM’15”*, Kościelisko, 2015.
- [102] P. Nowak, M. Urbański, P. Raback, J. Ruokolainen, M. Kachniarz i R. Szewczyk, „Discrete inverse transformation for eddy current tomography,” *Acta Physica Polonica A*, tom 133, pp. 701-709, 2018.
- [103] R. E. F. F. N. Carlson, „Monotone piecewise bicubic interpolation,” *SIAM journal on numerical analysis*, tom 22, nr 2, pp. 386-400, 1985.
- [104] P. Nowak i R. Szewczyk, „Determination of Initial Parameters for Inverse Tomography Transformation in Eddy Current Tomography,” *Conference on Automation*, pp. 682-687, 2018.
- [105] J. E. Dennis Jr i R. B. Schnabel, *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*, SIAM, 1996.
- [106] D. P. Bertsekas, *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*, Academic Press, 2014.
- [107] Ö. Yeniay, „Penalty function methods for constrained optimization with genetic algorithms,” *Mathematical and computational Applications*, tom 10, nr 1, pp. 45-56, 2005.
- [108] M. A. Luersen, R. Le Riche i F. Guyon, „A constrained, globalized, and bounded Nelder–Mead method for engineering optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, tom 27, nr 1-2, pp. 43-54, 2004.
- [109] M. E. Ismail, „Bessel Functions and the Infinite Divisibility of the Student t-Distribution,” *The Annals of Probability*, tom 5, nr 4, pp. 582-585, 1977.
- [110] J. Arendarski, *Niepewność Pomiarów*, Warszawa: Ofnicy Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2005.

- [111] C. Modzelewski, H. Savage, L. Kabacoff i A. Clark, „Magnetomechanical coupling and permeability in transversely annealed Metglas 2605 alloys.,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 17, nr 6, pp. 2837-2839, 1981.
- [112] M. Kachniarz, K. Kołakowska, J. Salach, R. Szewczyk i P. Nowak, „Magnetoelastic Villari Effect in Structural Steel Magnetized in the Rayleigh Region,” *Acta Physica Polonica A*, tom 133, pp. 660-662, 2018.
- [113] J. Kennedy, „Particle swarm optimization,” w *Encyclopedia of machine learning*, Boston, Springer, 2010, pp. 760-766.